N° 8.

J. Latomus.
1843.

Waliszkiewicz

Ta Książka była własnością Latomusa
niegdyś mego Nauczyciela w Szkołach
Lubelskich, po którego śmierci syn jego
Ludwik Latomus Kolega mój szkolny
i przyjaciel darował mi ją na pamiątkę
roku 1818 w Lublinie.

Bartłomiej Waliszkiewicz

$\sqrt{64} \,|\, 8.$ $\sqrt[3]{64} \,|\, 4.$ $\sqrt[4]{81} \,|\, 3$

$8^2 = 64.$ $4^3 = 64.$ $3^4 = 81.$

# Arithmetica.



Numerus est concursus unitatum. qui decem sequentibus designatur notis: 0. 1. 2. 3: 4. 5. 6. 7. 8. 9.
zerus. unum. duo. tria. quatuor. quinq. sex. septem. octo. novem
Dividitur n̄rus in Numerationem. Additionem. Subtractionem, Multiplicationem. Divisionem. Elevationem ad potentias. et Extractionem radicū.

## De Numeratione.

Numeratio est expositio, seu explicatio notarum, seu earum valoris verbalis substitutio, q valor ita cognoscit: Incipiendo à dextris n̄rus datus p. tres notas in p̄tes resecandus commatibus invicem suprà, et infrà notas scriptis, infra scripta designant millia, suprà scripta designant milliones, prima nota quævis à commate versùs sinistram designat unitates huius, qđ comma designat, penultima significat decades eiusdem, 3tia centenarios huius. qđ designat dextrum comma ut in exemplo: 35,472,816,950. dic: Triginta quinq millia quadringenti septuaginta duo milliones, octingenti sexdecim millia nongenti quinquaginta. Superiora commata uno crescunt, et ubi duo commata, designant bimilliones, ubi tria trimilliones etc. Inferius vero non crescunt. et semp significant millia sequentium in parte dextra millionum, billionum etc.
Zerus nil ex se significat, tn̄ locū occupat et valorem auget, sic scribendo decē ponendū 1. qđ significabit unum nisi illi addamus 0. et erunt duæ notæ 10, secunda verò nota (ut dictum e:) significat decades. E. dici dt decas, et nulla unitas, sic de alijs.

## De Additione

Additio ē duor, aut plurium n̄ror in unum collectio. Additio habet signum + ut 2+5=7. N̄ri, quos collecturi sumus vocant: n̄ri addendi. seu: n̄ri colligendi, infra quos ordine scriptos ita: ut sint unittes sub unittibus, decades sub decadibus et ducat recta, sub ea erit n̄rus continens in se omnes addendos vocatus summa. N̄ri colligendi ita addunt in unum: addendæ st unittes unittibus, ut in exemplo 5+4=9. qđ scribo sub unittibus infra lineolā. Addo decades 6+2= 8. qđ scribo sub decadibus. Addo centenarios etc.

| |
|---|
| 564. |
| 125. |
| 689. |

Si autem unam notam collectio alicuius columnæ superat, ultima solum sub unittibus scribit, altā verò sequenti columnæ reddit, ut in secundo exemplo 6+4=10. Sub unittibus igit scribo 0. 1 verò p: ut decas reddit decadibus, et dico 1+8+4+8=21. ubi 1. scribo, et 2. reddunt centenaris et iterdem 2.+5+6+6=19. scribo itaq sub centenarijs 9. et unittem millibus reddo etc.

| |
|---|
| 3684. |
| 2640. |
| 586. |
| 6910. |

Exempla alia.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10. | 5648. | 2000. | 3554. | 77770. | 45926941. | 9257. | 3554. |
| 565. | 205. | 7500. | 6725. | 2993. | 35842654. | 392. | 6725. |
| 575. | 1000. | 900. | 19. | 100. | 11100257. | 746. | 10 |
| | 6853. | 10400. | 10,298. | 80763. | 92869852. | 1098. | 10289 |
| | | | | | | 634. | |
| | | | | | | 12127. | |

Probat[ur] Additio addendos iteru[m] colligendo omittendo unum, q[uod] restitui debet, si su[m]ma posterior ab universali prima subtrahat[ur], si operatio bona.

Aliter p[otes]t fieri Additio colligendo decades, et q[uo]d supe[r] scribedo sub columna sutin penultimo (?) Additio d[icitu]r e[st] simplex, et compta. De simplici iam ad hunc locum dictum e[st], nunc ia[m] dicet[ur] de compta ex varijs speciebus, ut: florenis, asibus etc. Quae fit hoc modo. In-cho[a]et[ur] à minima specie, q[uae] collecta si facit adiacentem maiorem speciem, q[uo]t vici-bus fuit, tot superiori Speciei addant[ur] unittes, et q[uo]d post ablatum n[on] faciens supi-orem speciem relinquit[ur], hoc scribat[ur] sub specie, q[uae] colligit[ur], ut in exemplo: 2+1. Solidi erunt 3. Sol. id e[st] asis unus et nullus Solidus, quare sub solidis scribit[ur] 0. et 1. asis asibus adjungit[ur]: 1+8+25 = 34. asiu[m], id e[st] unus florenus, et 4. apes, q[uae] sub asibus scribunt[ur] et florenus florenis addit[ur], et sic ultra.

| X. | Fl. | As: | Sol. |
|---|---|---|---|
| 2. | 8. | 25. | 2. |
| | 10. | 8. | 1. |
| 3. | 1. | 4. | 0. |

## De Subtractione

Subtractio e[st] n[ume]ri minoris ex maiore ablatio. Subtractio habet signum — ut 8. — 3 = 5. Hoc signum appellat[ur] negativum, prout + positivum. N[umer]us major supius scribi solet, et vocat[ur] minuendus, v[el] q[ua]ntitas minuenda, minor vero inferius, et vocat[ur] subtrahendus, q[ui] cu[m] à primo ablatus fuerit remanebit diff[e]r[enti]a, ut in allato superius exemplo: 8. minuendus. 3. Subtrahendus. 5. Diff[eren]ra.

Fit autem Subtractio hoc modo: Descripto minuendo et subtra-hendo suo ordine, ut sint unittes sub unittibus, et demunt[ur] uni-ttes subtrahendi ab unittibus minuendi, ut in exemplo 8 — 4 = 4. q[uo]d scribit[ur] in-fra lineolam item sub unittibus, tum decades subtrahendi auferunt[ur] à de-cadibus minuendi, ut hic 6 — 2 = 4. q[uo]d sub ijsde[m] decadibus scribit[ur] et ult[ra].

| | |
|---|---|
| 2568. | M. |
| 1324. | S. |
| 1244. | D. |

Si vero nota subtrahendi aliqua sit major supra iacente mi-nuendi, ut hic 5 — 9. tum ad notam minuendi addit[ur] 10. ex seq[ue]nte nota minuendi, ut ex 1. et haec nota unittedt minui, E tantum. 0. in decadibus minuendi remanebit, à quo 8. decades ~~[illegible]~~ recipi negant, ibi igit[ur] addit[ur] 10. q[uo]d additu[m] ad 0, erit ite[m] 10. inde rece-ptis 8. erunt 2. q[uae] scribi sub decadibus d[ebe]nt, seq[ue]ns aute[m] nota minuendi 2. e[st] imminuta 1. igit[ur] remansit unittes, à quo receptu[m] 0. subtr[ahendo] erit 1. q[uo]m scribo sub Centenarijs, idem de reliq[uis]. Cum accipit[ur] unitas a seq[ue]nte nota minuendi, ibi • pro signo ponit[ur] punctum. Alia Exempla.

| | |
|---|---|
| 215. | M. |
| 89. | S. |
| 126. | D. |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4450000. | 5000. | 56078. | 489249. | 564. | 539:60 | 10000. |
| 402. | 3000. | 1003. | 299999. | 264. | 7595. | 9. |
| 4449598. | 2000. | 55075. | 189250. | 300. | 46365. | 9991. |

Bene e[st] facta op[er]atio si diff[eren]ra addita subtrahendo restituit minuend[um].

Subtractio item e[st] d[upl]x: simplex, et c[om]pta, q[uae] c[om]prim[itur] ex varijs speciebus,

Fitq[ue]:

Itq; ita: Simpliciter auferendum est è minuendo subtrahendum, inchoando a minima specie, cum vero in aliqua specie minuendi sit minor nota, tum a sequente maiore specie accomodatur unitas, quae tot dabit unitates minori speciei, cui accomodatur, quot partes huius speciei sub se continet, ut in exemplo: solidus 1 ablatus à 2. erit item 1. quem scribo sub sol: deinde recipiendo asses video maiorem esse subtrahendum, igitur ad minuendum ex superioribus 8. florenis accipio 1, id est asses 30. quos iungo cum 6 = 36. à quibus asses subtrahendi 18. aufero simplici subtractione erit 18. quod sub assibus scribo, et sic ultra.

| X. | Fl. | As. | Sol. | |
|---|---|---|---|---|
| 5. | 8. | 6. | 2. | M. |
| 4. | 6. | 18. | 1. | S. |
| 1. | 1. | 18. | 1. | D. |

## De Multiplicatione.

Multiplicatio est iterata additio seu unius numeri per alium auctio, ut 5 auctum 3 vicibus erit 15. Multiplicatio fit signum X. ut 5X3 = 15. In multiplicatione termini sunt tres: Multiplicandus, qui multiplicatur, multiplicator, per quem multiplicandus multiplicatur, et Factum, seu productum, in quo multiplicandus tot vicibus debet contineri, quot sunt unitates in multiplicatore, et vicissim. Multiplicandus, et multiplicator nominantur simul factores, et quivis separatim factor primus, et 2dus. Fit Operatio Multiplicationis incipiendo à dextris ducere multiplicatorem divisive in unitates, post in decades etc. Ut in exemplo: 4. acceptum 8 vicibus seu 4X8 = 32. hic regula additionis servatur ultima solum nota 2. scribitur sub unitatibus, et 3. decadibus addi debent, dein multiplicatorem ducere in decades Multiplicandi. 8X8+3 = 67. huius ultimam notam 7. scribes sub decadibus, et 6. centenariis redduntur etc.

2584. Multus.
8. Multor
20672. Produ:

Si Multiplicator plus quam unam habebit notam, tum illius unitates ducantur in Multiplicandum iuxta superiorem reg: deinde illius decades, et prima nota facti ponatur sub decadibus factorum, deinde centenarii, et prima nota facti sub centenariis ponatur, et hoc modo per omnes notas Multiplicatoris multiplicetur Multiplicandus, ex quibus singulis exibunt producta, quae prout sunt descripta addantur, summa erit productum generale. Si in fine factoris alicuius sit zero, vel in ambobus factoribus, hi sunt omittendi, et sunt solum scribendi numeri valentes Multiplicandi, cum quorum producto generale, seu verum omissi ante zeri in fine addendi sunt.

3211.
135.
16055.
9633.
3211..
433485.

Alia exempla.

24.
30.
720.

2000.
600.
1200000.

65464.
4053.
196392.
327320.:
261856.::
265325592.

466.
1002.
932.
466...
466932.

Probatur Multiplicatio si productum divisum per unum ex factoribus restituit alterum factorem, etc.
Est item Multiplicatio Composita, et tum Multiplicator ducatur in mini-

mam

mam speciem, ut hic 3X2 = 6. sol. quae faciunt ases ¦ ff. as. sol.
duos. et 0. Sol. ergo ases redduntur assibus. Deinde eundem ¦ 3. 15. 2.
Multiplicatorem 3 duco in ases erit 3X15 = 45. impli: —— 3.
ci multiplicatione, quibus si etiam addantur 2. ases ex sol. facti erit 47. seu
ff. 1. et ases. 17. quae sub assibus scribuntur etc.

Si vero talis multiplicatio habebit multiplicatorem plus quam unam notam con-
stantem comodius erit Multiplicandum reducere ad minimam speciem, ut hic ad
solidos, et per multiplicatorem, totam summam solidorum quae est 317. Multiplicetur, productum
autem reducatur ad maiores species, quae reducta sunt ad hanc minimam.

## De Divisione

Divisio est compendiaria Subtractio, qua quoties fieri potest quantitas una ab altera subtrahitur.
Divisionis signum est ut: 12:3 = 4. Termini sunt 3. Divisor, per quem dividendus
dividitur, seu aliquoties subtrahitur, dividendus, qui dividitur, Quotiens, sive sive
Quotus, qui indicat, quoties divisor in Dividendo inveniatur.

Divisio hoc modo peragitur in exemplo 5. est Divisor, et 2630 Dividendus, qui debent claudi
lineis verticalibus extra lineam sinistram scribitur Divisor, 5./2630./526.
ut hic 5. qui considerari debet quoties in prima nota Dividendi conti= 25
neatur, idcirco ei adiungatur secunda nota, ut hic 6. quam nulla vice 13
continetur, et erit 26:5 = 5, seu Divisor 5. in dividendo 26. con= 10 30 30
tinetur quinquies, igitur scribo extra lineam dextram dividendi 5. 00.
pro prima nota quotientis, post eum duco in divisorem erit 5X5 = 25. quod scri-
bendum est sub parte Dividendi accepta 26. et subtraho 6−5 = 1, quod per 5. dividi negatur,
igitur illi adiungo notam sequentem Dividendi, et erit 13: 5 = 2. quod adscribo pro 2da
nota ~~divisionis~~ quotientis, hanc duco in divisorem, factum 10. scriptum sub notis modo divisis 13.
et subtraho, remanebit mihi 3. ad quod deduco 0. et habebo 30. quod divisum per 5. prodit
6. quotiens, quem adscribo primis divisoribus 52. Item duco in divisorem. Subtraho
et finita operatione dico quod 5. in 2630 continetur 526. vicibus.

Si deducta nota ex dividendo adhuc divisor est major hac 16./1728./108.
parte dividendi tum pro quoto scribitur 0. et altera nota deducitur. 16
ut in exemplo 17:16 = 1. quotiens, qui ductus in divisorem, et 128.
receptus a parte accepta dividendi 17. erit 1. ad quod deduco 2. 128. 000
et erit 12:16. negatur, licet ex Dividendo nota 2 deducta sit, igitur pro 2da
nota Quoti scribo 0. et adhuc notam deduco erit 128:16 = 8, et finio operationem.

Si quod remanet a divisione, quod dividi non possit, scribatur ad quotientem, et sub ipso in-
fra lineolam divisor, ut in inferioribus exemplis apparebit.

Si tam Divisor, quam Dividendus zeros habent in fine, possunt sine mutatione
valoris tot deleri in dividendo, quot sunt in Divisore, et vicissim

Probatur

Probatꝛ divisio si Divisor ductus in quotū addito residuo restituit Dividēdū.

Composita Divisio fit: si p reg: in Multi=plicaōne simplici, dividendus ad mi=nimā speciem reducetꝛ et p divisorem dividetꝛ, quotiens erit minimæ speciei. Alitr pt fieri hæc divisio dividendo maxima speciem, ut hic fl. 15:4=3. qđ p quotiente scribo, et ducto quotiente in divisorem, et sub=tractione facta remanebunt 3. fl. qui cum n̄ possint p 4. dividi, reduco illos ad asses minorē speciem, et hos asses qo factos ex 3. fl. adiungo ad asses 20. et erit 110. Hos item divido p 4. communē divisorē, et in eum duco quotū. Facta opaōne si qđ ab assibus remanet reduco ad sol. et addo solidis etc. Ut patet in exemplo.

Alia Exemplū.

15/3675/245. — 30. 67. 60. 75. 75. 00.

200/50000/250. — 2/500/250. 49. 10. 10. 000.

7/458/65 3/7 — 42. 38. 35. 3.

| | Fl. | As. | Sol. | Fl. | As. | Sol. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4. | 15. | 20. | 1. | 3. | 27. | 1 3/4 |
| | 12 | 90 | 6 | | | |
| | 3. | 110. | 7 | | | |
| | | 4 | 4 | | | |
| | | 30. | 3. | | | |
| | | 28. | | | | |
| | | 2. | | | | |

Exemplum Divisionis ōptæ

NB. Si factum ex quoto in divisorem ducto ē maius pte dividēdi acceptā, debet nota quoti nunc descripta minui. Si itē in divisione ducto quotiente in divisorem post subtractionem diffrā erit maior divisore, ultima nota quoti nunc descripta augeatꝛ, et ducatꝛ in divisorem, nā ibi diffra divisore minor ēē debet.

De reliquis ptibus arithmeticæ.

Reliquæ duæ ptes arithmeticæ, nempe: Elevaō ad potenās, et Extractio Radicū, quoniam ad Geometriam spectat, et in operaōnibus suis fractiones decimales hnt, hinc illæ omittuntꝛ, sed de illis agetꝛ inferius.

Usus additionis simplicis.

Veniens ad urbem solvi p equo fl. 145. pro panno 180. p pane 2. p hospitio 18. vellem scire, qt ōēs reddidi pecunias? Resolutꝛ: si ōēs hi nri redditi, quomodō hic in exemplo, descripti addantꝛ, et sūma dabit quæsitum nrum scil: 345.

| |
|---|
| 145. |
| 180. |
| 2. |
| 18. |
| 345. |

Usus Addit: ōpositæ

Sartori dedi fl. 1. et asses 15. p papyro as. 24. p carne as. 18. servo fl. 24. et as. 18. volens scire summā redditar pecuniarum scri=bo, ut in exemplo, ōēs pecunias suō Ordine florenos sub florenis asses sub assibus, et his nris p reg. addit: ōptæ additis obtinebitꝛ suma.

| Fl. | As. |
|---|---|
| 1. | 15. |
| | 24. |
| | 18. |
| 24. | 18. |
| 27. | 15. |

Usus subtractionis simpl:

Habui 35. libros, amico donavi 18. volo scire, qt mihi remanssit? reci=pio 18. redditos ex his, quos ante habui 35, et diffra indicabit, qt remāsit.

| |
|---|
| 35. |
| 18. |
| 17. |

NB.x Usus subtr: Compositæ

Natus ē aliqs aº. mense, et ꝗ ut in exemplo, sc: aº 1750 Mense 8vo in ordine, id ē: Augusto. ꝗ 5to etc. Hora 16. seu 4. à prandio, à media ~~[illegible]~~ nocte ~~[illegible]~~ 2ḋō 16. Idem ē mortuus anno 1775. Mense Majo, seu 5to in ordine, ꝗ 13.

| An: | Mens: | Dies | Hor: | Min: | Secun: |
|---|---|---|---|---|---|
| 1775. | 5. | 13. | 5. | 18. | 6. |
| 1750. | 8. | 5. | 16. | 0. | 15. |
| 24. | 9. | 7. | 13. | 17. | 51. |

NBx ~~Mala explicaō exempli.~~ ~~Jam correcta.~~

13. Horâ 5tâ. Minuto 18. et Secunda 6tâ 2 quot annos, menses dies, horas, minuta prima, et minuta 2da vixit? Resolvit͡ᵣ ita: describat͡ᵣ tempus mortis, inferius vero tempus nativittis eius, diffra dabit annos vitæ eius.

Usus Multiplicaõnis simplicis.

Habeo 450. ✡✡ vellem scire, qt hi florenos contineant, quoniam unus aureus nummus habet fl. 18. ideo p 18. multiplico 450. et productum 8100. dabit numerum quæsitum florenorum.

| |
|---|
| 450. |
| 18. |
| 360. |
| 45 |
| 8100. |

Usus Multiplicaõnis compltæ.

Operarius labore suô assequit͡ᵣ omni hebdomadâ fl. 5. et asses 20. quæ ergo merces p quinq hebdomadis illi debeat͡ᵣ? p nrum hebdomadar qtar multiplico eius lucrum unius hebdomadæ p reg: in multiplicaõne cõpltæ descripta, et productum dabit lucrum 5. hebdomadar qtarum.

| Fl. | A/s. |
|---|---|
| 5. | 20. |
| | 5. |
| 28. | 10. |

Usus divisionis simplicis

Præfectus quidam jussit milites suos 2160. 12. æqualibus disponi ordinibus, 2 quivis ordo quot milites continere debet? Divide oẽs milites 2160 p 12. ordines, et quotus dabit numerum militum in quovis ordine contentor, scil: 180. ut in exemplo.

12 | 2160. | 180.
12
96
96
000

Usus Divisionis Compltæ

Divisurus sum 212. fl. in 5. operarios, dividendo habeo 42. quotum, seu nrum qui cuivis operario debet͡ᵣ, et insuper 2. fl. qui in 5. nõ pnt dividi, illos igit͡ᵣ ad asses minorem speciem reduco p 30 multiplicando, et factum p eundẽ divisore 5. divido, provenitq mihi 12. numerus assium, qui prætr 42. fl. cuivis operario debentur.

5 | 212 | 42 2/5
20
12
10
2
2
30
5 | 60 | 12
5
10
10

De regula aurea.

Sicut hæc pretiosissima arithmeticæ pars difficiliores casus ht, ita iusto posterioribus regulis adiungenda eet, nisi illius in seqñtibus modo fractis sit usus, licet et ita simplex tantum directa demonstrabit͡ᵣ, de reliquis huius reg. aget͡ᵣ. Regula aurea itaq, v potius pportio ẽ, quâ datis tribus nris invenimus quartu proportionalem, ut: si p 3. cubitis panni solvi 18. fl. p 5. cub. qt fl. solvam? Proporo hõc modô disponi dt: 3:18:: 5:X. dicendumq: ut se hnt 3. cubiti ad 18. flor, ita 5. cubiti ad X, sive ignotum nrũ flor, q inveniet͡ᵣ si trmini medij 5 et 18. in se ducant͡ᵣ, et eor pductum p primum scil: 3 dividat͡ᵣ, inteniturq quartus trminus locô X ponendus 30. fl. et sicut trminus primus 3. in 2do 18. continet͡ᵣ sexies, ita tertius 5. in 4to. 30. continet͡ᵣ sexies. Hæc vocat regula aurea simplex, directa. In quavis proporõne st duæ raõnes, una antẽ signum :: altã post: antẽ signum vocat͡ᵣ antecedens, post signum consequs. Vocant͡ᵣ Rationes: nam q ẽ raõ trmini primi ad 2dũ, eadẽ 3tij ad quartum. Inveniendo 4tum trminum, dnt multiplicari x extremi, v medij trmini, ubi nõ ẽ X, nrus qtus, factum vero p eius socium dividat͡ᵣ.

De Fractionibus

## De Fractionibus

Fractio ē unitas in suas ptes eqles divisa, et plerumq ē residuū divisionis. Fractio exprimit duobus nris int supiorem, et inferiorem scribēdo Lineolam. Supior vocatr Numerator, *lizzonik* q nrat qt ptes accipiendæ, dandæ, v relinquendæ st ex denominatore, q inferius scribitr, et ideò vocatr Denominator, *miannovnik* quia denominat in qt ptes eqles totum, sivè unitas sit divisa, ut $\frac{3}{5}$ floreni, denominator 5. denmat, qd florenus in 5. ptes dividendus ē, numerator verò 3. nrat 3. tales ptes fl., in quales ille p Dnatorem 5 divisus ē, accipiendas ee. Oritur itaq ap. 10.

Fractio triplex ē: Propria, Impropria, et æqualis unitti, seu $= 1$. Propria ē, cū Nrator minor, qm Dnator, ut $\frac{3}{4}$. Impropria, cū Dnator minor Nratore, ut $\frac{5}{3}$. Æqualis 1. cum Nrator, et Dnator ē idem, ut $\frac{7}{7}$ quod æquale ē 1.

Valor fractionis n mutatr, si tā nrator qm dnator p eundem nrum v multiplicetr v dividatr sic $\frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ et vicissim $\frac{12}{20} : 4 = \frac{3}{5} = \frac{12}{20}$. Divisio ejusmodi magni ē momenti, et vocatr: Reductio ad minores terminos, sed quia resolvere ē difficilius qm componere, seu dividere, qm multiplicare, idcircò triplex p hoc segnis assignatr modus. 1mo. Si tam nrator, qm dnator in fine hnt notas pares, p 2. st divisibiles, ut: $\frac{18}{22} = \frac{9}{11}$. 2do. Si nrator, et dnator in fine hnt 0. p 10. dividi pnt sic $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$. Si unus 5. v 0. alr 5. est hæc fractio divisibilis p 5. ita $\frac{105}{180} = \frac{21}{36}$ et $\frac{125}{255} = \frac{25}{51}$. 3tio. Si notas addendo simplici additione sumā facit talem nrum, q p 3. dividi pt, et ita Nratoris, et dnatoris notas, fractio quoq p 3. dividi pt, ut $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$. nam suma tam nratoris 3. qm dnatoris 9. est divisibilis p 3.

## De reliquis reductionibus fractionum.

Quoniam in multis fractionibus n idem ē dnator, ideò ptes unius fractionis n st æqles ptibus altius, adeoq cum sint heterogenei dnatores in fractionibus, hæ nec addi, nec subtrahi tunc pnt, sed st reducendæ prius oēs ad comūnē dnatorem hôc modô: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{40}{60} + \frac{45}{60} + \frac{12}{60} = \frac{40+45+12}{60}$ Multiplica p primū nratorē reliquos oēs dnatores et ptot pprium sic: $2 \times 4 = 8 \times 5 = 40$. et si eet adhuc fractio, p eius dnatorem factum 40. multiplicaretr nūc scribo p Nratore primo ultimum pductū 40. cum signo plus, quia nrator acceptus 2. ht idem signū +. tum accipio altius fractionis nratorē 3. et idē cū ipso facio, ac cum primo scil. $3 \times 3 = 9 \times 5 = 45$. qd est altr nrator, et sic consequr oēs nratores. Communis autem dnator erit, cum oēs dnatores in se ducantr $3 \times 4 = 12 \times 5 = 60$. qd ē dnator oībus fractionibus communis, et nunc iam hæ tres fractiones addi pnt.

Si opporteat ex nro integro fieri fractionē, habeat denr 1. sic $256 = \frac{256}{1}$. Si verò nrus integer deberet exprimi forma fractionis, cuius denor ē datus, p huc datū denorm integer multiplicetr, ut si eēt 6. et denorm dt eē 7. erit $\frac{42}{7} = \frac{6}{1} = 6$.

Si nrus

Si nũs integer simul et fractus dẽet exhiberi formâ fractionis, duco Dñatorem in Integrum, et et producto ñratorem addo, sic $12\frac{8}{5} = \frac{68}{5}$.

## De signis.

Licet iam de signis dictũ sit, tñ illa modo ponunt͛ ut impressius memoriæ tradat͛:

1. In Additione + ut $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$ Dicit͛ $\frac{2}{5}$ + plus $\frac{1}{5}$ æquale $\frac{3}{5}$.
2. In Subtractione − ut $\frac{4}{5}-\frac{2}{5}=\frac{2}{5}$ Dicit͛ $\frac{4}{5}$ minus $\frac{2}{5}$ æquale $\frac{2}{5}$.
3. In Multiplicatione × ut $\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{2}{25}$ Dicit͛ $\frac{2}{5}$ ductum in $\frac{1}{5}$ v multiplicatũ p $\frac{1}{5}=\frac{2}{25}$.
4. In Divisione ÷ : ut $\frac{2}{5}:\frac{1}{5}=\frac{10}{5}$ Dicit͛ $\frac{2}{5}$ divisum p $\frac{1}{5}$ æquale $\frac{10}{5}=\frac{2}{1}=2$.
5. In Elevatione ad potentias sic. eg. $\overline{8}^{3}=512$. Dicit͛ 8 elevatũ ad cubũ æqle 512.
6. In Extractione radicum √ ut $\sqrt[3]{729}=9$. Dicit͛ ex 729 extractâ radice cubicâ $=9$.
7. In proportione Arithm. ∴ ut 5.8:7.10. Dicit͛ ut habet͛ 5 ad 8 ita 7 ad 10.
8. In proportione Geom. : :: : ut 5:15::4:12. Dicit͛ ut se ht 5 ad 15 ita 4 ad 12.
9. Signum æqualitatis = ut $3+2-4+3=4$. Dicit͛ 3 plus 2 minus 4 plus 3 æqle 4.
10. Signum mediæ pportionalis Arithm. ÷ ut ÷ 5.9.13. Dicit͛ ut 5 ad 9 ita 9 ad 13.
11. Signum mediæ pportionalis Geom. ∺ ut ∺ 2:4:8. Dicit͛ ita 2 ad 4 uti 4 ad 8.
12. Signum similitudinis ∼ ut △abc ∼ △ABC Dicit͛ triang abc est simile triang. ABC.
13. Signum maioritatis > ut $8>5$. Dicitur 8 est maius 5.
14. Signum minoritatis < ut $5<8$. Dicit͛ 5 est minus 8.

## De Additione fractionum.

Reductis fractionibus ad communem dñatorem, ñratores st addendi, ut: $\frac{2}{9}+\frac{3}{7}+\frac{2}{3}=\frac{42+81+126}{129}=\frac{249}{129}=1\frac{120}{129}$. Si autem ẽ idem denom., solum ñratores st addendi, ut: $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}=\frac{5}{7}$. et $\frac{3}{8}+\frac{4}{8}-\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$.

NB. Hæc regula in õi operatione fractor. p inveniendo valore servanda, si ẽ fractio ppria ut $\frac{5}{7}$ ※ instituenda ẽ pporõ, ut se ht Denom. ad ñratorem, ita unitas in minorem speciem reducta ad x. Hic autem post ※※ sequunt͛ floreni, qui in una ※ continent͛ 18. ergo erit pporõ: 7:5::18:x, et erit $12\frac{6}{7}$ flor. itidem pro assibus instituit͛ proportio: 7:6::30:x et erunt $25\frac{5}{7}$ as. et item pporõ fit pro solidis ex fractione assium 7:5::9:x et erit $2\frac{1}{7}$ sol. et ita usq ad minimam, si esset speciem, et minimas ptes, erunt itaq fl. 12. as. 25. sol. $2\frac{1}{7}$ ex $\frac{5}{7}$ ※.

Si autem fractio sit impropria, dividat͛ ñrator p dñatorem, quotus dabit numerum eiusdem speciei, qm significabat fractio, ñ minorem, ex reliquo fracto, si sit, faciendum ita, ac prius in propria fractione, itaq ex fractione $\frac{25}{7}$ erunt ※ 3. fl. 10. as. 4. sol. $1\frac{4}{7}$ Potest ctingi, ut aliqua species esset 0.

Si fractionibus adsint integri, tum in additione, selectis integris adjungat͛ illis valor ex summa fractionũ, ut: $3\frac{2}{5}+5\frac{3}{7}=8\frac{29}{35}$ et $3\frac{5}{8}-4\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{11}{120}$

## De Subtractione fractionum.

Reducant͛ fractiones ad communem dñatorem et ñrator subtrahendi subtrahat͛ a ñratore minuendi ut: $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}=\frac{8-3}{12}=\frac{5}{12}$. et $\frac{4}{9}-\frac{2}{9}=\frac{2}{9}$.

Si sint integri mixti fractis, integri ab integris. fracti vero à fractis ordine

subtrahat͛

subtrahantur. Si autem fractio subtrahendi sit major minuendi, sumatur 1 ex integris minuendi, et addatur fractioni minuendi ut: $3\frac{1}{4}-\frac{2}{3}=2\frac{5}{4}-\frac{2}{3}=2\frac{15-8}{12}=2\frac{7}{12}$. et $7\frac{3}{8}-4\frac{2}{8}=3\frac{1}{8}$ et sic de ceteris.

De Multiplicatione fractionum.

Ducantur in se numeratores pro numeratore facti et denominatores pro denominatore facti ut: $\frac{2}{3}\times\frac{4}{9}=\frac{8}{27}$. $\frac{4}{1}\times\frac{8}{9}=\frac{32}{9}=3\frac{5}{9}$. $5\frac{4}{5}\times\frac{3}{1}=\frac{87}{5}=17\frac{2}{5}$. ad unam fractionem.

De Divisione fractionum.

Invertatur ita divisor, ut numerator mutetur in denominatorem, et contra, et fiat Multiplicatio, ut: $\frac{2}{3}:\frac{1}{4}$ seu $\frac{2}{3}\times\frac{4}{1}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$. et $5:\frac{1}{2}$ seu $\frac{5}{1}\times\frac{2}{1}=\frac{10}{1}=10$ et $\frac{2}{3}:2\frac{1}{4}=\frac{8}{27}$.
In Multiplicatione et divisione si sint fractis mixti integri, debent reduci ad unam fractionem.

De Fractionibus decimalibus.

Fractio Decimalis est, quae denominatorem habet unitatem cum tot zeris, quot sunt unitates in numeratore ut. $\frac{5}{10}$. $\frac{42}{100}$. $\frac{323}{1000}$. quare solet omitti denominator, et tum fractio a toto virgula separatur ut: 52,345. id est $52\frac{345}{1000}$. Si absint integra pro integris scribitur 0 ut: $0,53=\frac{53}{100}$. In his fractis 1 est major 0,9999. et aequalis 1,0000000.

De additione decimalium.

Fit ita ac additio integrorum virgula solum separans fractiones suo loco ponatur ut: 32,502 + 3,030 + 0,008 = 35,540. et 5,840 + 2,795 + 3,502 = 12,137. etc.

De Subtractione decimalium.

Haec item peragitur ut in integris habenda solum ratione virgulae ut in additione. ut: 2,452 − 1,641 = 0,811. et 25,53 − 8,31 = 17,22. atque 3,25 − 0,73 = 2,52. etc.
NB. Omnes operationes decimalium possunt fieri juxta regulas fractionum vulgarium.

De Multiplicatione decimalium.

Ita fit, ac in integris quivis factor compleatur zeris, si non habebit tot decimales, quot sunt in altero factore, in producto autem tot notae resecentur in decimales, quot hae sunt in utroque factore, quarum iam binae sumuntur ad significandum quamvis speciem, nam producta sequuntur naturam quadratorum, ut in exemplis: 0,52 × 2,02 = 1,07.06. et 25,053 × 0,580 = 14,53.07.40. 14 sunt decim. reliquae partes.

De divisione decimalium.

Divisio item eodem modo peragitur ac in integris. Dividendo addantur zeri, si est minor divisore, ut excedat divisorem syllabas numero. Facta divisione subtrahatur numerus notarum divisoris a numero notarum dividendi decimalium, et in notas decimalium differentia resecetur a dextris quoti in decimales, quo facto si residuum addatur illi 0 et dividatur ut 0,42/5, 64/13,4 etc. et 64/5,00/0,07 etc.
Cum in decimalibus zeri addantur valor non augetur, nam si esset mensura habens 10. cub. si vero quilibet cub. haberet 10. partes aequales, hae quaelibet parvas mensuras, integras tenent ex prima mensura, post quas primus numerus significaret cubitos, secundus partes eius, tertius parvas mensuras, idemque est 5 mensurae, ac 5,0. seu 50. cub. ac 5,00 id est 500. partes cub. ac 5,000, seu 5000. parvae mensurae.
Decimalis una vel duae possunt aliquando omitti, nam ex. gr. $\frac{2}{10000}$ cub. tam parum significant, ut nec sibi quidem crassitudini comparari possent. Cum itaque

animad-

animadvertendum de quali re agitur, si $\frac{2}{10000}$ multo magis considerandum est si haec fractio pertinet ad milliaria, quam ad cubitos. Debet autem unitas addi superiori notae, si deletur inferior, si est maior quam 5. ut: 2,5388. potest scribi 2,539. Potest mutari fractio vulgaris in decimalem per proportionem eg $\frac{2}{5}$: 2:10: x=4=$\frac{4}{10}$ = 0,4. Si exacte dividi negat zeri addantur, ut: $\frac{4}{7}$. 7:4::10000:x= 0,5714 = $\frac{5714}{10000}$. et dico $\frac{4}{7}$ = 0,5714 fere exacte. et $\frac{1}{6}$ = 0,166. item fere exacte. Potest Fractio decimalis mutari in vulgarem per proportionem, pro tertio termino quemcumque aptum denominatorem ponendo. ut $\frac{48}{100}$. 100: 48:: eg 25: x venit 12. E. $\frac{48}{100} = \frac{12}{25}$.

## De proportionibus.

Ratio est, quae demonstrat comparatione unius numeri ad alium eg. 3 ad 5.
Proportio est illa, quae duas complectitur rationes eg. ut se habet 3 ad 5 ita 6 ad 10.
Progressio, quae plus quam binas habet rationes eg. ut se habet 3 ad 5: ita 6 ad 10 ita 9 ad 15.
Proportio est duplex Arithmetica, et Geometrica. Prima consistit in eadem differentia, seu quantum unus numerus excedat alium, 5 itaque 3 excedit 2. Secunda vero in eodem quotiente, seu quot vicibus unus numerus invenitur in alio, ut 3 in 12. 4.
Proportio Arithmetica nullum fere habet usum, tamen ut sit nota haec est ratio inveniendi in illa cuiusvis termini: Scimus proportione constare 4 terminis, quorum extremi, et medii sibi correspondent, itaque termini correspondentes et non habentes x ignotum terminum sibi addantur, et ex summa eorum terminus correspondens ipsi x recipiatur, differentia dabit terminum quaesitum, ut 4. 7: 6. x = 9, nam 7+6−4=9. et. 3. 8: x: 9. 3+9−8 = 4. ergo 3. 8: 4. 9. atque simili modo x. 5: 8. 15. x = −2. ergo −2. 5: 8. 15 nam 5+8−15=−2.
De Signis huius proportionis dictum est sc: . : . ∸ | || | ut 3/4//5/6.
Proportio Geometrica dividitur in reg. auream seu detri, reg. societatis, regulam alligationis, regulam falsae positionis, reg. duplicis positionis etc.
Regula autem aurea est multiplex, alia est trium, alia quinque, septem, novem. Harum prima scilicet: de tribus vocatur simplex, aliae omnes compositae.
Regula aurea simplex dicitur est: Directa, et Inversa. Simplex directa est: quae habet numeros directe positos ut: 8:5:: 24:15. ut maior numerus ad minorem ita in altera ratione maior item ad minorem. Inversa vero est: quae habet numeros inverse positos, ut: 8:5:: 10:4. ut maior numerus ad minorem, ita, non maior in altera ratione ad minorem, sed minor ad maiorem, nam in proportione directa esset: 8:5::10: 6$\frac{1}{4}$ quod est longe maius, quam 4.
Terminus quivis in proportione simplici directa invenitur numeros sibi correspondentes sive extremos, sive medios carentes x incognita multiplicando, et eorum productum x quantitati incognitae respondentem dividendo, eg. 3: 5:: 9: x = 5×9:3 = 15. ergo. 3:5:: 9:15. In inversa vero primae rationis termini multiplicantur, et per numerum secundae rationis productum dividitur, ut, 3:9::5:x = 3×9:5 = 5$\frac{2}{5}$. ergo 3:9::5: 5$\frac{2}{5}$.

Tutissima

...utissime autem e ratione inveniendi incognita in proportione geom. in qua hac omnino debent esse duae aliquae species. e.g. pro 3 cub. panni dedi 21 fl. pro cub. 8 eiusdem panni quot fl. dabo? Hic sunt duae species, scil: fl. et cub. quaelibetque habet duos terminos, cubitorum termini sunt ambo noti 3, et 8. Flor. vero unus solum est notus 21, alter vero erit x quaesitus, hoc igitur semper servandum, pro primo termino pone numerum eius speciei, cuius ambo termini sunt noti, ut autem scias maior an minor sit ponendus hoc serva: iuxta quaestionem te interroga pro 3 cub. solvi 21 ab. pro 8 cub. quod dabo, et notum est plus dandum esse pro 8 quam pro 3 cub. igitur maior numerus quaeritur fl. quam hic est 21. quare a minori incipiendum est numero cub. scil. a 3, ita, ut, x pro ultimo termino seu quarto ponatur et erit haec proportio: $3:21::8:x$ vel etiam: $3:8::21:x$ et erit $x=56$, et dic $3:8::21:56$. si pro 3. cub. solvi 21. fl. pro 8. 56. solvam. Et hanc methodum omnibus ceteris sequi suadeo, iuxta quam semper termini medii insequuntur et per primum dividitur eorum factum. hac qui utuntur carent difficultate cognoscendi num sit regula inversa, aut directa, nam si sit inversa iam tum mutabitur in directam, et nulla dabitur. Exempla.

1. Si 3 lib. sacchari constant 5. fl. 15 lib. eiusdem sacchari quot fl. constabunt? proportio: $3:5::15:x=25$ numerus florenorum quaesitorum.
2. Mensibus 3. expendo fl. 400. toto anno quot expendam fl.? annus habet menses 12. ergo proportio: $3:400::12:x=1600$.
3. Panni 8 cub. emi fl. 70. florenus vero 100. et ap. 20. quot cub. eiusdem panni emam? Hic fl. reducendi sunt ad apes et erit haec proportio: $2100:8::3020:x$ et venit cub. $11\frac{53}{105}$. Potest solvi hoc problema per fractiones. fl. 100. et ap. 20 sunt fl. $100\frac{2}{3}$. ergo proportio: $70:8::100\frac{2}{3}:x$ ad unicam fractionem sed integros exprimendo formam fractionis erit $\frac{70}{1}:\frac{8}{1}::\frac{302}{3}:x=\frac{8}{1}\cdot\frac{302}{3}:\frac{70}{1}=11\frac{5}{...}$

Exempla regulae aureae simplicis inversae reducta ad directam.

1. Si in urbe obsessa mensibus 7. ali possunt praesidiarii 1500. anno toto quot ali possunt minor numerus quaeritur ergo proportio. $12:1500::7:x=875$.
2. Si ex panno lato $\frac{3}{4}$ cub. dantur ad faciendam vestem longitudinis cub. 4. quot cub. long. accipiendi sunt ad faciendam eandem vestem ex panno lato $1\frac{1}{2}$ cub.? proportio: $1\frac{1}{2}:4::\frac{3}{4}:x$ seu $\frac{3}{2}:\frac{4}{1}::\frac{3}{4}:x=2$ cubitis quaesitis longitudinis.
3. Si quidam amicus mihi mutuo dederit fl. 200. ad tempus 8 mensium, ut parem ipsi referam gratiam mensibus 6. quot fl. ei accomodare deberem. Proportio: $6:200::8:x=266\frac{2}{3}$ florenorum.
4. Si mensura tritici constat 60. fl. 12 unciae panis venduntur $5\frac{1}{2}$ ap. si haec mensura constaret 90. fl. quot unciae panis deberent vendi eodem pretio? Proportio $90:12::60:x=8$. numerus quaesitus unciarum, $5\frac{1}{2}$ vero ad utramque rationem pertinet.
5. Praesidiariis arcis sufficit panis in obsidione per tempore 13. mensium, cum singuli quotidie consumant 12. uncias, post 8 autem menses, et dies 10 se iuramento obstringunt adhuc 8 menses se obsidionem perpessuros, quaeritur quot quotidie unciae singulis distribui debeant? Cum hi sint in arce

menses 13.

[illegible] 8. et dies 10 seu dies 250 / juxta primum propositum / adhuc sunt ee
de 140. ad menses 13. et hoc tempore numerent 12 uncias, sed adhuc erunt men=
ses 9. seu dies 240. ergo proportio: $240 : 12 :: 140 : x = 7$. [dies, un., dies, un.] unciis quaesitis.

6. Enopola habet in quodam vase 200. mensuras vini, et una mensura valet
10. fl. ut sine damno quaevis mensura valeret 8 fl. quot mensuras tales
aquae debet vino immiscere. Proportio: $8 : 200 :: 10 : x = 250$. Si recipiet 200,
ex 250. remanebunt 50. mensurae quaesitae aquae immiscendae vino, nam hic
ita est ac si proponeret quaestio: mensurae sunt vini 200. constantes singulae fl. 10: ut
sint constantes fl. 8. quot debent esse mensurae. venit 250. ut supra.

7. Quaedam pecunia solvitur, ut 400 librae mercium vehantur 10. milliaria,
librae autem 1200. quot mill: debent vehi per eandem pecuniam. $1200 : 10 :: 400 : x = 3\frac{1}{3}$. [lib. mil. lib. mil.]

8. Quidam campus latus $15\frac{3}{4}$ perticas, longus $24\frac{1}{2}$ pert: est aequalis alteri campo
lato $20\frac{1}{2}$ pert: quot sunt longitudinis eius perticae? $\frac{57}{2} : \frac{49}{2} :: \frac{83}{4} : x = 13\frac{41}{76}$. [lat. long. lat. long. long. quaesita]

9. Hospes quidam habet 12 convivas, qui 7. diebus ebibunt vas cerevisiae, accedunt
adhuc alij 4. quot diebus ab omnibus hoc vas ebibetur? $16 : 7 :: 12 : x = 5\frac{1}{4}$. [con. di. con. di.]

10. Pro ulna Amstel: solvi fl. 10. ast 6. pro Antv: quid solvam? cum 100. ulnae Am=
stel: constituant 103. ulnas Antverp. Proportio $103 : 100 :: 10\frac{1}{2} : x = 9\frac{93}{103}$. [Antv: Amst. Amst: Anver:] Si
vero dicam: est turris alta 72. ulnis Amstel: quot erunt ulnae Antverp: Propor=
tio sic stabit directe $100 : 103 :: 72 : x = 74\frac{4}{25}$. [Amst: Antv. Amst: Ant:] ulnae quaesitae Antverpienses.

Haec omnia exempla, licet non tam tute, nam solvi inverse primam rationem se=
cum multiplicando et per tertium terminum dividendo. et erit proportio tum talis
eg. in primo exemplo: $7 : 1500 :: 12 . x = 7 \times 1500 : 12 = 875$.

Probatur proportio si factum extremorum est aequale facto mediorum, ut:
$3 : 6 :: 4 : 8 .\ 3 \times 8 = 24 .\ 6 \times 4 = 24$. Caetera prudentiae relinquuntur.

Regula aurea Composita habens 5. terminos ad inveniendum 6tum omni=
no habet tres varias species, haec debet reduci ad tres terminos multiplicando
unam speciem per alteram, ut Mercatores 8. florenis 1000. lucrantur 700 fl.
Mercatores autem 10. fl. 4000. quot fl. lucrabuntur. Multiplica 8 per 1000.
et 8000 eorum factum erit primus terminus proportionis, pro 2do termino po=
nas speciem eius alterius termini quaeritur scil: fl. 700. Multiplica item, ut supr=
ius 10. merc: cum 4000. fl. et productum 40,000, ponas pro tertio termino
eritque proportio $8000 : 700 :: 40000 : x = 3500$ fl. quaesiti lucri.

Aliud exemplum. Fossores 10. effodiunt 4 perticas diebus 3. Fossores
autem 100. perticas 2000. quot diebus debeant effodere? Multiplica 10.
Fossores cum 3. diebus, et factum 30 pone pro primo termino, pro 2do
pone 4. perticas, pro tertio productum ex 100 foss. ductis in dies quaesi=
tos q. eritque 100q, pro 4to 2000 perticas, eritque proportio $30 : 4 :: 100q : 2000$.
Factum extremorum est aequale facto mediorum igitur $400q = 60000$. Ergo
Algebraicis regulis q, seu $x = \frac{60000}{400} - \frac{300}{2} = 150$. diebus quaesitis.

Non sit mirum, quod haec duo exempla aliter solvuntur, nam primum est dire=
ctum, alterum inversum. Sed quia in 5 terminis difficile est cognitu dire=
cta an inversa sit reg. aurea, est facilior et tutior modus inveniendi
6ti termini hoc modo per duas proportiones sive sint directae sive inversae,

ut in 2do.

ut in 2do exemplo: imprimis prout statuit quaestio sic: 10. foss. effodiunt aliquid 3. diebus, foss. 100. quot diebus idem effodient. fit proportio hoc modo: 100: 3 :: 10: $X = \frac{3}{10}$. tum deinde alia proportio; aliqui fossores 4. perticas effodiunt diebus $\frac{3}{10}$. quod venit ex prima proportione, iidem fossores perticas 2000. quot diebus effodient? erit proportio $4 : \frac{3}{10} :: 2000 : X = 150$. quod jam est terminus quaesitus dierum. Hic observandum, ut species, cuius alter terminus quaeritur, sit in medio, et aliqua species pro primo, et 3tio termino poni debet, ut hic in prima proportione fossores. In secunda proportione ponatur hoc in medio, quod pro 4to termino venit ex prima proportione, ut hic $\frac{3}{10}$. in principio autem, et in fine 2 termini alterius speciei, ut hic perticarum, quod fit juxta regulas regulae aureae simplicis. Exempla. 8

Si rustici 9 bibant cerevisiae 12 vasa, 9 diebus, rustici vero 24. vasa 120 quot diebus bibent? prima proportio $24 : 9 :: 9 : X = 3\frac{9}{24}$. 2da $12 : 3\frac{9}{24} :: 120 : X = 33\frac{3}{4}$.

Si mille milites accipiunt stipendium 44000 fl. 6. mensibus milites vero 100000, stipendio 2400000 fl. quamdiu sustentari possunt? Prima proportio: $100000 : 6 :: 1000 : X = \frac{3}{50}$. tum altera proportio: $44000 : \frac{3}{50} :: 2400000 : X = \frac{3}{50} \times \frac{2400000}{1} : \frac{44000}{1} = 3$. numero quaesito mensium.

Si 10 homines expendant 4. aureos, diebus 3. quot diebus expendent homines 100. aureos 2000. 1ma proportio $100 : 3 :: 10 : X = \frac{3}{10}$. 2da $4 : \frac{3}{10} :: 2000 : X = 150$

Regula septem est regula aurea composita, in qua 7 termini dantur ad inveniendum 8vum, evidens autem hic est esse 4. varias species. haec eodem modo peragitur, ac Regula 5. terminorum, nisi, quod post secundam proportionem adhuc fit proportio, quae pro 2do termino habebit 4tum terminum 2dae proportionis, in principio vero, et in fine 4tae speciei notae termini ante X ponantur. Exempla.

Operarii 12. hebdomadis 20. singulis hebdomadis operati 5 dies accipiunt mercedem 1000. fl. Operarii 6. 9. hebdomadis 30. singula hebdomada operati 6 dies, quot fl. in mercedem debent accipere? prima proportio: $12 : 1000 :: 6 : X = 750$. 2da: $20 : 750 :: 30 : X = 1125$. 3tia: $5 : 1125 :: 6 : X = 1350$.

Regula novem est, in qua dantur 9 termini ad inveniendum 10mum. Hic erunt 5 variae species, et fit proportio 4 vicibus iuxta regulas supra in reg. 5. et reg. 7. positas, post 4tam proportionem numerus apparet quaesitus. Exemplum. In quodam monasterio sunt cubicula 7. in singulis lucent lampades 5. habentes singulae 3 ellychnia, et sic 20. septimanis consumuntur 3. vasa olei, si in alio monasterio sint cubicula 12. et in singulis luceant lampades 7. habentes singulae 4 ellychnia 25 septimanis, quot vasa olei consumi debent? Proportio prima: $7 : 3 :: 12 : X = \frac{36}{7}$. 2da: $5 : \frac{36}{7} :: 7 : X = \frac{252}{35}$ 3tia proportio erit: $3 : \frac{252}{35} :: 4 : X = \frac{1008}{105}$. 4ta. $20 : \frac{1008}{105} :: 25 : X = 12$ vasis quaesito olei.

3. Omnia problemmata regulae 7. et reg. 9. sicut et regulae 5. possunt brevius solvi hunc in modum ut in reg. 5 multiplicando omnes terminos variae speciei iuxta conditionem problemmatis pro primo termino, pro 2do terminus notus eius speciei cuius alter terminus ignotus, pro 3tio itidem variae species in se ductae relationes, ut in superiore exemplo: $7 \times 5 \times 3 \times 20 : 3 :: 12 \times 7 \times 4 \times 25 : X = 12$.

Attamen si sit regula inversa, multo difficilius solutu hac methodo est problemma, sed tutius est aliquot idcirco facere proportiones, imo in diversis

## De Regula societatis.

Regula societatis est ilata regula aurea in qua tot sunt proportiones, quot sunt incogniti. eg. Trium mercatorum societatem ineuntium primus A confert 60 fl. 2dus B. 50. 3tius C. 40. summa omnis pecuniæ

$$\left\{\begin{array}{l} A.\ 60. \\ B.\ 50. \\ C.\ 40. \end{array}\right\}\ 150:30::\begin{array}{l} 60:x = 12 \text{ - - - - } A. \\ 50:x = 10.\ \text{lucrum } B. \\ 40:x = 8 \text{ - - - - } C. \end{array}$$

(150.) est 150. fl. lucrum vero negotiando conquæsitum est 30. fl. quærit. ex lucro proportionaliter ad datas pecunias quantum A. B. C. separatim accipere debent? R. Pro primo termino ponatur summa omnium datarum pecuniarum, pro 2do lucrum commune, pro 3tio datas pecunias primi, et terminus 4tus dabit lucrum primi. In 2da proportione Primus et 2dus terminus idem 3tius vero data pecunia 2di. et erit lucrum 2di. Si pro 3tio termino pones allatas pecunias 3tij lucrum quoq in quarto termino erit tertij.

Probatur hæc regula addendo singulorum lucra, et suma eorum dt restitui lucrum commune.

Exempla. 1. Dominus quidam locavit quorundam bonorum suorum $\frac{1}{10}$ seu partem decimam, quorundam $\frac{1}{20}$ et quorundam $\frac{1}{50}$ pro fl. 12000. quæritur quantam ipsi pecuniæ summam singulæ partes reddant? $\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{50}=\frac{17}{100}$. Proportio prima: $\frac{17}{100}:12000::\frac{1}{10}:x=7058\frac{14}{17}$. 2da proportio: $\frac{17}{100}:12000::\frac{1}{2}:x=3529\frac{7}{17}$. 3tia proportio: $\frac{17}{100}:12000::\frac{1}{50}:x=1411\frac{13}{17}$. numero quæsito.

2. Tres debent dividere inter se fl. 158. asp. 15. ita ut primus accipiat $\frac{1}{2}$ summæ totius 2dus $\frac{1}{3}$ 3tius $\frac{1}{6}$. R. 15 asp. sunt $\frac{1}{2}$ fl. ergo. 158 fl. et asp. 15 = $\frac{317}{2}$ florenos. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$. Proportiones. $1:\frac{317}{2}::\frac{1}{2}:x=79\frac{1}{4}$ fl. 2da proportio erit: $1:\frac{317}{2}::\frac{1}{3}:x=52\frac{5}{6}$. tertia $1:\frac{317}{2}::\frac{1}{6}:x=26\frac{5}{12}$ fl. tertij debitum.

Pt hoc problema aliter solvi summam totam $158\frac{1}{2}$ dividendo separatim per $\frac{1}{2}$ et erit pars primi. per $\frac{1}{3}$ erit pars 2di. per $\frac{1}{6}$ et quotiens erit pars tertii.

Potest adhuc aliter solvi. $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{6}=\frac{3}{6}\ \frac{2}{6}\ \frac{1}{6}$ E. totam summam per 6 dividam, et primo dabo quotum ductum in 3 numeratorem, 2do ductum in 2. 3tio residuum.

Pater moriens tale uxori et 4 filijs reliquit testamentum. Si uxor ex meis bonis habeat fl. 100, vel partes aliquas, tum filius meus natu maximus habebit fl. 80. 2dus fl. 70. 3tius 60. 4tus 50. Pater autem post mortem reliquit 8000. fl. quot singulis floreni debeantur? $100+80+70+60+50=360$. E. prima proportio: $360:8000::100:x=2222\frac{2}{9}$. 2da: $360:8000::80:x=1777\frac{7}{9}$. 3tia. $360:8000::70:x=1555\frac{5}{9}$. 4ta. $360:8000::60:x=1333\frac{3}{9}$. 5ta. $360:8000::50:x=1111\frac{1}{9}$.

Proportio prima dat partem matris. 2da 1mi filij. 3tia 2di filij 4ta 3tij filij etc.

Pt hoc problema solvi divisâ summâ totâ 8000. in 360. partes, et quotus multiplicari per 100. et erit portio Matris. per 80, maioris filij, per 70. 2di. per 60. 3tij. per 50. 4ti.

1. Mercatores quatuor J. K. H. L. cum mercibus mittunt navem in Hispaniam, quæ in itinere facit sumptus 300. fl. quæritur quantum quisq solvere debeat, cum J solvat duplum H. K dimidium H. et J. L triplum H.? Ponamus quod J debet solvere 1. ergo H $\frac{1}{2}$. K $\frac{3}{4}$. L $\frac{3}{2}$. vel melius: J 4. ergo H 2. K 3. L 6. summa est 15. ergo proportio prima: $15:300::4:x=80$ J. 2da. $15:300::2:x=40$ H. 3tia $15:300::3:x=60$ K. 4ta. $15:300::6:x=120$ L. Potest hoc problema solvi 300 fl. per 15 dividendo. et quotus auctus 4. dabit sumptum J. auctum 2. dabit H etc.

5. cquite

Equites 8. pedites 20. bombardarij 12. dividere debent quandam 236. fl. ea conditione: ut 2 equites tantum accipiant, quantum 5 pedites, et 6 pedites tantum sibi portionem vindicent, qualem bombardarij 10. Quaeritur quot singuli accipient? Imaginemur solos esse bombardarios, si duo equites, ut 5 pedites, 8 equites, ut 20. pedites, quod est per auream reg. fieri potest equ. ped. equ. ped. $2:5::8:x=20$. qualitali ad 20 erit 40. si ergo 6. pedites tot accipient quot bomb: 10. E. 40 pedites tot accipient quot bomb: $66\frac{2}{3}$ per reg. auream, quibus additis 12 bomb. veniet erit $78\frac{2}{3}$ bomb: Per hunc ergo numerum dividatur summa 236. et erit quotiens 3. qui auctus 12 bomb. dabit 36 fl. cuivis 3 floreni. 20. autem pedites tot accipient quot bomb: $33\frac{1}{3}$. quod multiplicatum per 3. facit 100. cuivis pediti 5. Pro equitibus item venit 100 cuivis equiti $12\frac{1}{2}$. Summa restituitur $100+100+36=236$. Haec solutio licet rudis, tamen est facilis, quamvis et per reg. societ: non esset difficilior.

Regulae societatis compositae, sive cum tempore hoc modo peragitur: Multiplica datum cuiusvis cum eiusdem tempore producta adde, et fac ut in simplici.

Tres mercatores ineunt societatem. primus A confert 60. fl. per 4 menses. 2dus B. 50. per 3 menses. 3tius C 30. per 2. menses. his pecunijs simul lucrati sunt 30 fl. Quaeritur quantum cuivis habita ratione pecuniae et temporis ex lucro debeatur? $60\times4=240$. $50\times3=150$. $30\times2=60$. $240+150+60=450$. Proportio prima $450:30::240:x=16$. 2da $450:30::150:x=10$. 3tia $450:30::60:x=4$. lucrum C.

Tres mercatores merces conjunctim vehi curant pendentes 200. centenarios. Ipsius A vehuntur merces 36 mill: per 24 fl. B. 42. mill: per 28 fl. C 34 mill pro 36 fl. Quaeritur numerus centenariorum cuiusque mercatoris. $36\times24=864$. $42\times28=1176$. $34\times36=1224$. $864+1176+1224=3264$. Proportio 1ma $3264:200::864:x=52\frac{16}{17}$ A. 2da $3264:200::1176:x=72\frac{1}{17}$ B. 3tia $3264:200::1224:x=75$ C.

A et B ineunt societatem. A confert 800 fl. per 6. menses. B vero 600 fl. per quot menses conferre debet ut lucrum eius sit duplum lucri A? Multiplica 800 fl. A. cum eius mensibus 6. et productum 4800 per 600 divide, quod habet fundamentum regulam auream fl. men. fl. men. $600:6::800:x=8$. si B 600 fl. in 8 menses conferret, quod debet esse duplum lucrum B supra A. igitur dant esse menses 16. Hoc problemma ita melius solvitur, quam per regulam societatis.

## De Regula falsae positionis.

Regula falsi est, in qua pro vero numero quemcunque accipimus, et cum ipso facimus, quod faceremus cum vero. Haec duplex est: Simplicis positionis, et duplicis positionis. Regula simplicis positionis fit hoc modo: accipe quemcunque numerum aptum, et cum illo omnes conditiones quaestionis perpendes, per proportionem deinde habebis numerum quaesitum pro primo termino ponendo numerum ex operatione ficta inventum, pro secundo fictum, pro 3tio erit numerus paratus in quaestione. ex. Est inveniendus numerus, cuius $\frac{1}{4}$ multiplicata per 8. productum divisum per 4. quotum faciat 36. Ponamus hunc numerum esse 12. cuius pars quarta $3\times8=24:4=6$. deberet autem esse 36. E. proportio: $6:12::36:x=72$. nam huius $\frac{1}{4}$ $18\times8=144:4=36$. ut requirebatur.

Plur...

una exempla regulæ simplicis positionis n' adfero, de reg. autem alligatio-
nis nec mentionem quidam faciendam eē puto, nam harum regularum proble-
mata commodius, et facilius p Algebram solvuntur. ut in Algebra.
Regula duplicis positionis raro una vice solvit, sed vix post aliquot positiones
normam tamen quandam habet regulæ simpl: ptionis, sed pporᵈ n' opportun
1. Tres lucrati st fl. 400. lucrum 2di superat lucrum primi fl. 12. lucru
vero 3tij supat lucrum 2di fl. 16. quæritur lucrum cuiusvis? Positio 1ma
Ponamus lucrum 1mi eē 8. E 2di 20. 3tij 36. summa horum 64, deberet au-
tem eē 400. quod quia ē plus, qm 64. E. pro lucro 1mi pono eg 90, igit.
2di lucrum erit 102. 3tij 118. summa 310. sed debebat eē 400. E pro
lucro primi augeo nrum, sit eg 120. igit 2di 132. 3tij 148. quod additum
facit 400 ut requiritur, si adhuc n' eēt 400. tum adhuc fieri deberent minu-
endo v augendo 1mi lucrum positiones, donec quæsitum 400. ē suma inveniat.
Si essent plura exempla duplicis ptionis regulæ, vā hoc allatum sequuntur.

## De mediis proportionalibus.

Quia iam proportiones finiuntur videtur mihi demonstrare quid sit me-
dia proportionalis? Hæc, sicut et ipsa proportio, est dx: Media proportiona-
lis Arithmetice, et Geometrice. Media autem proportionalis ē nrus: qui in p-
portione pro 2do, et idem pro 3tio ponitur termino, in extremis vero primi requi-
Cum invenienda ē media proportionalis Arithmetice, addantur termini extre-
mi, et eorum summæ $\frac{1}{2}$ dabit mediam proportionalem, ut $\div 3.\ x.\ 9.$ $x=$
$3+9:2=6$. E idem ē, ac si ita esset: $3.\ 6:6.\ 9.$ vel. $\div 3.\ 6.\ 9.$ et sic ulti
Media proportionalis Geomᶜ invenietur, si ex producto extremorum radix
extrahatur, ut $\div\div 3:x:27.$ $x=\sqrt{3 \times 27}=\sqrt{81}=9$. E. $3:9:27$. et sic de ceteris.

## De Progressionibus.

Progressio ē iterata proportio, ut eg. sit exemplum progressionis A-
rithmeticæ: 1. 5. 9. 13. 17. 21. 25. 29. 33. 37. 41. 45. etc. Geometricæ sit:
eg. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. etc. Utraq. eē decrescens ut. 64. 16. 4. 1
In progressione sunt hæ res quatuor: Terminus primus, q algebraice expri-
mitur $a$, 2do. differentia $d$ in Arithmᶜ, et quotiens $q$ in Geomᶜ. 3tio. nume-
rus terminorum. $n$. 4to terminus ultimus. $w$. Hæ ideo sunt literis. $a.\ d.\ q.\ n.\ w$
denotatæ, quia quæsitum quidquid ex his 4 rebus facile p operationes Alge-
braicas redeunt, quare et tabulæ, seu potius formulæ ponuntur.
Formula prima Generalis $w-a=dn-d$ ex qua hæ eruuntur:
1. $w=a+dn-d$. 2. $a=w+d-dn$. 3tia. $d=\frac{w-a}{n-1}$ 4. $n=\frac{w-a+d}{d}$
Formula secunda Generalis $2s=an+wn$. ex qua ptculares 4. deduc
1. $s=\frac{an+wn}{2}$, 2. $n=\frac{2s}{a+w}$. 3. $a=\frac{2s-wn}{n}$. 4. $w=\frac{2s-an}{n}$.
Formula 3tia Generalis. $2an+dn^2-dn=2s$. ex ea eruuntur:
1. $s=an+\frac{dn^2-dn}{2}$. 2. $d=\frac{2s-2an}{n^2-n}$ 3. $a=\frac{2s+dn-dn^2}{2n}$.
4. $n=\sqrt{\frac{2s-a}{d}+\frac{a^2}{d^2}+\frac{1}{4}}-\frac{a}{d}+\frac{1}{2}$. Formula 4ta Gnalis:
$2s=2wn+dn-dn^2$. ex qua producuntur. 1. $s=wn+\frac{dn-dn^2}{2}$.
2. $w=\frac{2s+dn^2-dn}{2n}$. 3. $d=\frac{2s-2wn}{n-n^2}$ 4. $n=\frac{2s+dn^2-dn}{2w}$.

Quinta

Quintam gnalem n̄ tam usitatam omitto. Usus harum tabularum hic est
si eg. terminus primus, datu summa cum terminorum, et n̄rus eorum, inveniendus
vero ultimus terminus, quaerenda est talis formula, in qua est a, s, n, et w, ...
hac gnali quaerenda est talis, cui w ē aequale, nam w quaeritur, et sic de ceteris.
Erit itaq' ut hic 4ta parti 2dae gnalis. Exempla.

1. Spatium 120 ulnarum peragratum ē 10 horis. differ. 2. quantum confectu est unâ horâ seu a? hic $n=10$. $s=120$. $d=2$. ex 3tia 3tiae gnalis: $a=\frac{2s+dn-dn^2}{2n}$

2. Artifex primo die lucratus ē 2. fl. et lucrum eius augebat 3. fl. ita ut ultimo labotis die lucratus sit 35. fl. quot diebus laborabat hoc ē n? In hoc problemate $a=2$. $d=3$. $w=35$. ex 4ta 1mae gener. q̄ ē: $n=\frac{w-a+d}{d}=12$. diebus ...

3. Quidam introgatus quantum in libros expenderit? respondit primum librum constare unô fl. ultimum 64. librorum vero n̄rus erat 22. summa? Hic $n=22$. $a=1$. $w=64$. ex 1ma 2dae gnalis, scil: $s=\frac{an+wn}{2}=715$. Si quaereretur hic differ., erit p 2dam 3tiae gnalis. $d=\frac{2s-2an}{n^2-n}=3$

Hic solvi pt. qt st tegulae in tecto aedificij? et aliae problemmata pragr. Arithm.

In progressione Arithmetica n̄ri extremi additi st aeqles quibuscumq' n̄ris duobus à finibus aequidistantibus, vel duplo medio si n̄rus impar, ut: 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13.
Summa hec cum terminor. à medio progressionis, sivè à finibus
aequidistantium est inter se aequalis. Summa autem totius progressionis erit, si n̄rus terminorum ducitur in semisummam extremorum. Cetera de hac progressione lege in de la Caille.

14.
14.
14.
14.

Progressio Geometrica consistit in quotiente, ut: 1. 3. 9. 27. 81. 243. 729. etc.
Summa totius progressionis hoc modo invenitur. $s=\frac{qw-a}{q-1}$. Cetera formulae st in usu, et de his lege in de la Caille, licet sepè sine illarum ope eē potest desideratum inventum. Exempla.

1. Unum granum frumenti post annum producit 20. et ita porro, quot erunt grana ex anno 12mo? Quotiens ē 20. p q̄m erit haec progressio: 1. 20. 400. 8000. 160000. etc usq' ad 12mam potentiam, seu annum. erunt itaq' grana post annum 12mum 4,096000,000000,000. Algebraice, sive p formulam $w=q^{12}$ idemq' est labor elevandi et cum formula.

2. Quidam ē censibus suorum bonorum percipiens quotannis 10000,000. fl. voluit conductori ea locare hac lege: ut pro uno mense tantum illi solvat et quidem primo die unum aēm. 2do. 2. 3tio 4. 4to. 8. 5to 16. et ita cum quotiente 2. ad 30mum diem. quot conductor heredi solveret? Solvet itaq' aēs: 1,073741,823. seu fl. 3579139$\frac{4}{10}$. nam ultimus terminus est 536870912. seu 30mae dies. summa autem progr. $s=\frac{qw-a}{q-1}$. ē: 1,073741,823.

3. Victor quidam suae legionis officiales ita remuneratus, ut minimo 5. aurei supremo vero 3645. obtinerint, reliqui unus supra alterum triplo plus accipiebant. n̄rus officialium? hic ē inversa progressio p quotiens 3. scil: 3645. 1215. 405. 135. 45. 15. 5. fuerunt ergo Officiales 7 ut termini.

4. Operarius quidam laborans 6. diebus; ita ut lucrum eius quotidie triplicaretur lucratus 364 fl. quaeritur quot lucratus ē singulis diebus? dicendum $w=\frac{s-a}{q}$. $a=1$. ponamus. ē $s-a$ est 363. q dividens 2. ...

...t: 3. dat quotum 121. hic quotus receptus à vera summa qff. 364. relinq...
...timum terminum 243. qui incipit progressionem: 243. 81. 27. 9. 3. 1. lucratur ...
...m primum terminum recipimus à summa, q e ignotus, melius e prius p qu...
...um dividere, residuum erit primus terminus, quare fiat progressio, q si mult...
...dat residuo quotus, et hac summa erit primus terminus, si adhuc mult, adhuc h...
...ic summa addat quotiens tot vicibus, quot opportet ad recte solvendam question...

De Regula Catenaria.

Regula dicta Catenaria e, q ht duas columnas, et pt ore multas species et cuiu... qs duo termini ee dnt, hor unus in 2da columna prius ponit, et 2dus mox post eum in prima. int hos igit terminos unus erit ~~erit~~ ignotus. q hoc modo invenit: ducant in se nri totius columnae noti, ducant item in se nri huius columnae in qua e ignotus terminus, huic producto addat q- quaesitum, Haec ergo producta duar columnar et sibi aequalia, sed ut q inveniatur, erit q= producto opposito diviso p altem productum quasi coefficientem, q= erit quotienti.

1. Exemplum. Abibus 3. emunt 25 pyra. Pyra 6 tantum valent, qntum 9. poma. Poma 3. sunt pretio aequalia 10. prunis. et 50. prunae tantum valent, quantum 2 librae castaneae. & quot librae Castaneae constent eq. 15. abibus?
$25 \times 9 \times 10 \times 2 \times 15 = 67500$. Atq $3 \times 6 \times 3 \times 50 \times q = 2700q$. erit itaq $2700q = 67500$. et $q = \frac{675}{27} = 25$. lib Castan.

| Col. 1ma. | Col. 2da. |
|---|---|
| A. 3 = | 25. Pyr. |
| Pyra 6 = | 9. Pom. |
| Poma 3 = | 10. Prun. |
| Prunae 50 = | 2. lib. Cast. |
| Lib. Cast. q = | 15. Abibus. |
| 2700q = | 67500. |

Potest hc regula solvi p tot proportiones, quot st species, m... 2do termino ponendo primum terminum, erunt itaq. ut hic, m... portiones: $25 : 3 :: 6 : x = \frac{18}{25}$. 2da $9 : \frac{18}{25} :: 3 : x = \frac{6}{25}$ 3tia erit $10 : \frac{6}{25} :: 50 : x = \frac{6}{5}$. 4ta $2 : \frac{6}{5} :: 9 : 15$. id est: $\frac{2}{1} : \frac{6}{5} :: x : \frac{15}{1}$. $x = \frac{2}{1} \times \frac{15}{1} : \frac{6}{5} = 25$ nro quaesito lib. Cast.
Caetera exempla omitto, nam omnia eadem forma peraguntur.

De elevatione ad potentias.

Elevare ad potentiam nil aliud e: qm nrum aliquem p seipsum multiplicare, talis nrus vocat prima potentia, sive radix, productum eius primum vocat quadratum, seu potentia 2da seu ratio duplicata. Productum 2dum vocat cubus seu tertia potentia, seu ratio triplicata. Productum 3tium vocatur quarta potentia seu ratio quadruplicata, seu quadrato-quadratum. Productum quartum vocat quinta potentia, seu ratio quintuplicata, seu quadrato-cubus. Productum ...tum vocat potentia 6ta, sive cubo-cubus, et sic ratio sive potentia 7ma. ...
Unitatis oes potentiae sunt 1. Potentiae 2. st. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. etc. Potentiae 3. st. 3. 9. 27. 81. 243. 729. etc. Potentiae 4. st: 4. 16. 64. 256. 1024 etc. Potentiae 5 st: 5. 25. 125. 625. etc. Potentiae 6. st. 6. 36. 216. etc. Potentiae 7 sunt 7. 49. 343. Potentiae 8 st: 8. 64: 512 etc. Potentiae 9. st: 9. 81. 729. etc. Ad qm potentiam nrus e elevandus nota supra scripta indicat, sic: $5^4 = 625$.

De Extractione Radicum.

Quoniam resolvere e difficilius, qm componere, ideo leges extrahendarum radicum ponuntur. Hoc signum √ si... significat ac si eet $\sqrt[2]{}$, seu radicem quadratam. q hoc modo extrahit: Dividat nrus datus p binas notas à dextris, tum

6,25,00 | 250.
4
2 25
2 25
50 | 000.00

in nro...

in primo membro quaeratur radix quadrata, ut in exemplo praecedenti in 6. cuius radix est proxima 2. haec radix quasi pro quoto scribatur, deinde ducatur in seipsam 2|2 = 4. quod sub primo membro scribatur et ab illo recipiatur. Ad residuum deducatur alterum membrum 25. et erit 225. huius divisor est radix prima 2. bis sumpta scil. 4. per quod divisum 22 dat 5. hoc adscribo radici primae, eritque 25. modo 5 elevo ad quadratum 5X5 = 25. quod addo radici ultimae 5 ductae in divisorem 4. et erit 225. et subtrahendo a parte dividendi modo divisam remanserit, deduco tertium membrum 00. quod item est dividendus, divisor autem sunt radices 25 bis sumptae, seu 50. per quod divisa 00. dant 0. tertiam notam radicis, quae erit 250. et si opporteret ducerem radicem 0. in seipsam, et in divisorem, quare dico $\sqrt{62500} = 250$. Probatur si radix elevata ad quadratum reddit quadratum ut hic, $\overline{250}^2 = 62500$. Si sit residuum addantur illi 00. et per duplicem radicem dividantur notae ad dividendi, quotus erit radix in decimalibus, si adhuc est residuum adhuc illi addantur 00. et per bis sumptam radicem dividatur, quousque opportunitas exigere videbitur. Exempla.

$\sqrt{13,10,44}$ | 362
9
6 | 410
396
1444
1444
0000.

$\sqrt{26,52,25}$ | 515.
25
10 | 152
101
102 | 5125
5125
0000.

$\sqrt{7,28,29,30}$ | 2698,6..
4
4 | 328
276
52 | 5229
4761
538 | 46830
43104.
5396 | 372600
323796.
4880400. etc.

si opus sit adhuc plures ducantur decimales, post 6.

Si ex decimalibus mixtis integris extrahenda sit radix, curandum, ut divisio per duas notas cadat in comma separans tota a decimalibus, ut: 54,25. erit $\sqrt{54,25}$ | 7.3... aut zeros addendo, ut: 54.25.80. non 54,258 quod contra naturam decimalium non facit discrimen, quae autem radix extrahitur ex integris radix erit in integris, quae ex decimalibus, radix erit in decimalibus.

De extractione radicis cubicae.

Dividatur nrus datus per 3 notas in membra, tum in primo a sinistris membro quaeratur $\sqrt[3]{}$, seu radix cubica ut in exemplo $\sqrt{229} = 6$. proxime, hoc scripto pro radice, elevo ad cubum, et recipio a primo membro, residuo addo membrum sequens, ut hic 220, et erit dividendus 13220 huius divisor est radix inventa cum 0 elevata ad quadratum et triplicata. erit itaque $\overline{60}^2 \times 3 = 10800$, per quem divido, et quotiens erit 1. hic sequuntur tria facta partialia. Amo. Quotus inventus 1. ducatur in divisorem productum erit ut in A. 2do elevetur ad quadratum, ducatur in praecedentes radices, cum 0. et productum ducatur in 3. erit itaque $\overline{1}^2 \times 60 \times 3 =$ ut

$\sqrt[3]{229,220,928}$ | 612
216
10800 | 13220
10981.
1116300 | 2239928
2239928
0000000

A. 10800
B. 180
C. 1.
10981.

A. 2232600.
B. 7320.
C. 8.
2239928

..tio elevet. ad cubum ut in C. Hæc tria facta A.B.C. addant., et summa eorum subtrahat. à dividendo, dein residuo adjungit. trium membrum, et erit dividendus, cuius divisor item quærit. elevando radices cum o ad quadratum et triplicando, cum inveniet. quotus, sequunt. prius dicta tria facta partialia, et subtrahunt. ut prius ets. Si non sit radix exacta quant. decimales ooo residuo addendo.

## De Algebra.

Algebra e scientia universalis tractans operaões nricas p literas. Cöefficiens e nrus ante literas scriptus, et spectat ad totum productum literar. Exponens scribit. supra literam, et designat ad qm potentiam valor literæ eiusdem e elevandus ut si esset $a = 5$. ergo $4a^2 = 100$. nam $\overline{5}^2 \times 4 = 100$.

Litera cum litera simul pta significat multiplicaõnem sic $abc$ e ac si $a \times b \times c$, quas cöefficiens sequit. Literæ sine cöefficiente, aut Exponente pta sint pro eodem Cöefficiente, aut exponente 1. sic: $ac$ quasi esset $1ac^1$, sed hæc nota unitas omittit.

## De Reductione Algebræ.

Reductio Algebræ tum fit, cum est similitudo in Trminis, q consistit in ijsdē literis et exponentibus. Termini cum signo + delent. x minuunt p subtractionem Trminis cum signo —, et vicißim. remanente signo maioris cöefficientis. Cum signis vero ijsdem Trmini addunt. signo non mutato, sic p reductionem: $-a^2+2ac+3a^2+3ac = 2a^2+5ac$. valor: $a=5$. $c=3$. $2a^2+5ac = 50+75=125$.

Additio Algebræ fit ad membra addendo +. ut si vellem a ad c addere. erit $a+c$. In subtractione signa in contrarium mutant., et fit reductio ut: $\begin{matrix}2ab+4bc \\ ab-3bc\end{matrix}$ exit $\begin{matrix}2ab+4bc \\ -ab+3bc\end{matrix}$ — $ab+7bc$.

## De Multiplicatione Algebraica.

Signa eadem dant + diversa — Cöefficientes inter se multiplicant. Exponentes super easdem literas addunt., ut: $2ab+cf \times 3de-ac = 6ab^?de+3cdef-2a^2bc-ac^2f$.

## De Divisione Algebraicā.

Signa eadem dant + diversa — scil: $+:+=+$. $+:-=-$. $-:+=-$. $-:-=+$. Cöefficientes dividunt. Exponentes subtrahunt. in ijsdem literis, ut:

$a+c \,|\, a^2+ab+ac+bc \,|\, a+b$.
$\quad -a^2-ac-ab-bc$

Si exacte dividi n pt relinquat. imminutis Exponentibus, quātum fieri pt literis, ut $\frac{2ac^3de^5}{bd^3e^3} = \frac{2ac^3e^2}{bd^2 1}$. Cum fit divisio algebræ dividi debet primum membrum dividendi, vel aliud aptum p primū membrum divisoris, deinde ducit. quotus in divisorem, et fit subtractio, et eam ob causam in producto pro tunc subtrahendo signa in contrarium mutant.

## De Æquationibus.

Dum proponitur problemma solvendum hoc e semp observandum, et faciendum. Intellecto statu quæstionis, et conditionibus problematis benè perpensis attendendum imprimis, quæ e illa quantitas, à qua pendet tota solutio, et quæ sunt in datas, et quæsitas relationes.

Qũtittes cognitæ imis alphabeti literis dnant. abcdef etc. incognitæ his. X. Y. Z.

Attendendum cuius e gradûs problemma? an determinatum? quot habet incognitas? liberetur à divisoribus quævis quantitas, seu potiùs Trminus ante omnem operationem addendo hunc ipsum divisorem omnibus Trminis æquationis pr proprium pro Cöefficiente, seu multiplicatore. Si e una æquatio transferant. Trmini æquationis in altd membrum post signum = ...

frus

...nis mutatis, donec in uno membro sit sola incognita, et altero omnes cognitae, et tum erit solutum problema, quare substituitur valor pro literis et invenitur $x$.

Si sunt duae aequationes, eruatur valor ex una, et in altera substituatur, eruitur autem valor ponendo in uno membro aliquam incognitam cum signo +, in altero omnes alios terminos huius aequationis, et loco eiusdem incognitae quae est in uno membro in eruto valore ponitur alterum membrum in altera aequatione, cum iam erit una aequatio. finitur operando iuxta reg. aequationis unius. Ex his praecedentibus reg. patet, quid sit eruere valorem, et quid substituere valorem. Sed substitutio est duplex, una quae fit post erutum valorem, altera pro literis numeros in fine aequationis. Cum erunt tres aequationes, eruendo valorem reducantur ad duas, tum ad unam, et valor erutarum incognitarum cognitus fiet, cum erit nota una incognita.

Probatur problemma si omnibus propositis conditionibus recte satisfacit. Exempla.

1. Quidam attulit ad urbem certam summam pecuniae, primo die expendit $\frac{1}{3}$ huius summae. 2do $\frac{1}{4}$. 3tio die $\frac{1}{5}$ ut remanserit illi 26. fl. Quae fuit eius summa? Denominatio $a=26$. aequatio: $\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x+a=x$. seu potius $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}+a=x$. Ad communem denominatorem reducendo erit. $47x+60a=60x$ simul liberando a divisore. Transponendo autem erit: $60a=60x-47x$. Reductione facta erit: $60a=13x$. liberando a coefficiente incognitam erit $\frac{60a}{13}=x$. substituto valore $x=120$. fl. quaesitae summae. Proba: amisit primo die $\frac{1}{3}=40$. 2do $\frac{1}{4}=30$. 3tio $\frac{1}{5}=24$. et remansit ei 4. 26. scilicet $\frac{1}{3}$ seu $40.+\frac{1}{4}$ seu $30+\frac{1}{5}$ seu $24.+26$ dant esse aequales $120$, et invenitur. Hic potest esse talis aequatio $x-\frac{x}{3}-\frac{x}{4}-\frac{x}{5}=a$. quod item post opus dat 120.

2. Quidam interrogatus quot habet pecuniae, respondit: si ad $\frac{1}{2}$ meae summae adderes unam tertiam seu $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ eiusdem summae esset mea summa + 1. Ult. form. $x=\frac{24}{2}=12$. Aequatio autem est: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=x+1$. $x=12$. nam $6+4+3=13$ scil. $12+1$.

3. Quidam interrogatus quot haberet pecunias, respondit: si meae summae $\frac{1}{2}$ adderes ad summam, et $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ reciperesque partem 12mam seu $\frac{1}{12}$ eiusdem summae, essent fl. 600. Quot habuit? $a=600$. aequatio: $\frac{x}{2}+x+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}-\frac{x}{12}=a$ ult. form. $x=\frac{a}{2}=300$

4. Aristoteles interrogatus quot haberet discipulos, respondit: si adhuc tot haberem quot habeo, et huius $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ et 1. haberem 112. Quis numerus discipulorum? $a=112$, aequatio: $x+x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+1=a$. Ultima formula: $x=\frac{24a-24}{74}=36$. numero quaesito

5. Operarius quidam habuit a. fl. quibus adiunxit 5. hebdomadarum lucrum, cum vero aliquas hebdom. omisit sine lucro, remansit ei huius tantum $\frac{1}{4}$. cui cum adiunxit 2. hebdom. lucr. habuit fl. 21. Quod lucrum eius unius hebdomadae. $a=6$. $b=21$ aequatio: $\frac{a+5x}{4}+2x=b$. Ultima formula: $x=\frac{4b-a}{13}=6$. fl. quaesitis

6. Quidam veniens ad templum dat cuivis pauperi 5 asses, et deficit ei 3. assibus, et receptis stuiveris dat 4. supersunt 2. asses. Quis pauperum numerus, et assium? aequatio: $5x-3=4x+2$. Ultima form. $x=5$ pauperibus ergo asses 22. sine aequatione

7. Quidam interrogatus quot haberet annos? respondit: si $\frac{1}{3}$ meorum annorum et $\frac{1}{4}$ et harum partium additarum $\frac{1}{2}$ et adhuc 9 simul adderes esset numerus meorum annorum. Quot habuit annos? aequatio: $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{7x}{24}+9=x$. nam $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=\frac{7x}{12}$. huius $\frac{1}{2}=\frac{7x}{24}$. Ultima formula est: $\frac{288a}{36}=x$. substituto valore erit $x=72$. annis quaesitis

8. Aurifaber habet massam constantem ex 4. metallis; auro, argento, aere, et stanno, aurum cum argento ponderat 23 lib. cum aere 27 lib. cum stanno 33. quot librae cuiusvis metalli in hac massa, dum haec tota 53 libras contineat $a=23$. $b=27$. $c=33$. $d=53$. aequ: $x+a-x+b-x+c-x=d$. Ult: form. $\frac{a+b+c-d}{2}=x$: 15. au...

9.

9. Quidam habuit aliquot ases, quibus adiunxit 20. ases, huius summae suae dedit pauperibus $\frac{1}{2}$, pro pane vero solvit $\frac{1}{4}$, residuo ex lucro adiunxit 5. ases, cum autem expenderit 12 ases, nil ei remansit, quot in principio ases habebat? $a=20.\ b=5.\ c=12.$ aequatio: $x+a-\frac{x-a}{2}-\frac{x-a}{4}+b-c=0$. ult. form: $x=\frac{8c-8b-2a}{2}=8$.

10. Praeceptor interrogatus quot haberet discipulos, respondit: $\frac{1}{2}$ meorum discipulorum studet grammaticae, $\frac{1}{3}$ Algebrae, et habeo alios 4 sub diligentiori cura, quot numero discipulorum? $a=4$. aequatio: $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+a=x$. ultima form: $6a=x=24$. numero discipulorum.

11. Quidam exiit domo anno 13tio, traduxit vitae suae $\frac{1}{3}$ in Asia, $\frac{1}{4}$ in Africa, et $\frac{1}{5}$ in America, quot annos vixit? $a=13$. aequ: $a+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=x$. ult. for: $\frac{60a}{13}=x=60$.

13. Fractiones plures in aequatione reducuntur ad communem denominatorem, et adduntur. 13 Ultimo post problemma semper fiat proba seu potius verificatio, ut in 1mo Exo.

12. Petrus et Joannes attulerunt ad lusum certam parem summam. Petrus amissis 12 fl. habuit 4 vicibus plus Joanne, qui amisit 57 fl. quid singuli summae? $a=12.\ b=57.$ aequatio: $\frac{x-a}{4}=x-b$. ultima form: $\frac{4b-a}{3}=x=72$ summa unius.

Exempla duarum aequationum.

1. Quidam habuit certos annos, qui iuncti annis alterius faciunt 100. annos, primus autem 30. annis est senior altero, quis cuiusque anni? $a=100.\ b=30.$ aequatio: $x+y=a$, $x-y=b$. eruo valorem x in prima aequatione erit: $x=a-y$ in altera substituo: $a-y-y=b$. facta reductione, et transpositione: $y=\frac{a-b}{2}=35$. x autem seu anni senioris cognoscuntur ex eruto valore primi: $x=a-y=65$.

2. Quidam emit massam habentem 3 uncias auri, et 5 argenti, solvit pro ea fl 318. Altera vice emit massam habentem 5 uncias auri, et 7 uncias argenti, et dedit pro ea fl 522. quod pretium auri, et argenti? aurum x, argentum y. $a=318.\ b=522.$ aequatio: $3x+5y=a$, $5x+7y=b$. eruo ex 2da valorem y in 2da: $y=\frac{b-5x}{7}$. in prima substituo: $3x+\frac{5b-25x}{7}=a$. libera divis: $21x+5b-25x=7a$. Ultima formula: $\frac{5b-7a}{4}=x=96$ fl. $y=6$ fl ex eruto valore.

3. Puer dixit ad collegam: si tibi adderem ex meis pomis unum, haberemus parem numerum pomorum, alter vero dixit; sed si ego tibi darem, duplum numerum mei haberes pomorum. quot poma quisque habuit? $a=1$. aequatio: $x-a=y+a$, $x+a=2y-2a$. solvo x in altera aequatione, igitur eruo valorem y in prima $y=x-2a$, quod idem est ac $x-2a=y$, in altera substituo: $x+a=2x-4a-2a$, ultima form: $7a=x=7$. y autem habuit per erutum valorem 5.

4. Petrus et Joannes attulerunt simul fl 36. amiserunt simul 10 fl, sed Petrus $\frac{1}{3}$ amisit suae summae, Joannes $\frac{1}{5}$. quid quisque attulit? summa Petri x, Joannis y. $a=36.\ b=10.$ aequatio prima $x+y=a$. aequatio 2da: $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=b$. ad communem denominatorem reducendo, et dividendo liberis erit talis aequatio: $x+y=a$, $5x+3y=15b$. solvo ex y. Eruo valorem $x=a-y$. in altera substituo: $5a-5y+3y=15b$. Ult. form $\frac{5a-15b}{2}=y=15$. $x=21$.

5. Sunt 2 dolia, unum a mensuris 195. alterum a 330. sunt 2 fontanae x. y. x fundens aquam 2 diebus y 3bus, adimplent primum dolium, ad aliud x 5 diebus, y 4. fluunt, et id implent, quot mensuras quaevis fontana uno die fundit? aequatio: $2x+3y=a$, $5x+4y=b$. eruo valorem ex $x=\frac{a-3y}{2}$ in altera substituo: $\frac{5a-15y}{2}+4y=b$. Ultima formula: $\frac{5a-2b}{7}=y=45$. $x=30$ mensuras uno die fundit.

Sto.

6. Duo mercatores habent aliq̃m summam, à qua $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ et 30. eiusdem summæ recepta relinquunt 150. fl. ? hæc summa? $a=30.\ b=150.$ æquatio prima: $x+y=x.$ 2da: $x+y-\frac{x-y}{3}-\frac{x-y}{2}-a=b.$ liberando à divisoribus 2dam æquationem erit: $6x+6y-2x-2y-3x-3y-6a=6b.$ eruo valorem e.g. $y=x-x.$ in altera post reductionem substituo: $x+x-x-6a=6b$, i.e.: $x=6a+6b.$ Et ultima formula $x=6a+6b=1260.$ summa q̃ta fl.
Hoc problemma ita satis male solvitur, nam una solum est incognita ergo et una æquatio debet eẽ, scilicet hæc: $x-\frac{x}{2}-\frac{x}{3}-a=b$, et venit 1260.

Exempla trium æquationum problemãtũ.

Ludebant tres amici primi $x$ fl. lo iuncti cum 2do. $y$. $x$ cum tertio $z$ fl. 11. $y$ cum $z$ amisit 9. fl. ? quot quisq; amisit? Denominatio: $a=10.\ b=11.\ c=9.$ eruo valorem ex prima e.g. $y=a-x.$ Suntq; iam hæ duæ æquationes $x+z=b$, $a-x+z=c$. Item eruo valorem ex prima $z=b-x$. in altera substituo $a-x+b-x=c$ facta reductione, et transpositione erit: $\frac{a+b-c}{2}=x=6.$ amisio primi. Amisio 2di ex eruto valore patet esse 4. 3tij $z$ 5. item ex eruto valore.

Æquationes: $x+y=a.$ 1. $x+z=b.$ 2. $y+z=c.$ 3.

7. Mercator emit tres equos, pretium primi cum $\frac{1}{2}$ pretij 2di et 3tij facit 25 fl. pretium 2di cum $\frac{1}{3}$ pretij primi, et tertij equi facit 26. fl. 3tij cum $\frac{1}{2}$ primi et 2di 29. fl. ? pretium singuli equi? Pretium primi equi $x$. 2di $y$. 3tij $z$. $a=25.\ b=26.\ c=29.$ Eruo e.g. valorem $x$ in prima, quam reiecturus sum $x=\frac{2a-y-z}{2}$ in reliquis ambabus substituo. erit 2da: $3y+\frac{2a-y-z}{2}+z=3b.$ 3tia erit: $2z+\frac{2a-y-z}{2}+y=2c.$ liberando erit: $6y+2a-y-z+2z=6b$, $4z+2a-y-z+2y=4c$. Post reductionem erit: $5y+2a+z=6b.$ $3z+y+2a=4c.$ Eruo valorem in 3tia e.g. $y=4c-3z-2a$. in prima substituo: erit: $20c-15z-10a+2a+z=6b$. Deinde facio reductionem et ultima formula $\frac{20c-8a-6b}{14}=z=16.$ ex eruto valore $y=4c-3z-a=14.\ 18.$ $x=\frac{2a-y-z}{2}=8.$ fl primi equi.

Æquationes: $x+\frac{y+z}{2}=a.$ $y+\frac{x+z}{3}=b.$ $z+\frac{x+y}{2}=c.$ Liberando à div.: $2x+y+z=2a.$ $3y+x+z=3b.$ $2z+x+y=2c.$

8. Massa aliqua constat tribus metallis, aurô, argentô, et ære. aurum cum argento ponderat 21. lib. cum ære 18. tota massa 27. lib. ? pondus cuiusq; metalli? aurum $x$. argentum $y$. æs $z$. $a=21.\ b=18.\ c=27.$ Eruo valorem in prima $x=a-y$. in altera substituo utroq;: $a-y+z=b$, $a-y+y+z=c$. Deinde factâ reductione eruo valorem ex prima $z=b-a+y$ in altera substituo ett. Ult. form.: $y=c-b=9.$ ex erutis valoribus $x=12.\ z=6.$ Hoc pt solvi p unã æquãone: nempe quærendo unam incognitam $x$ aurum quô cognito omnia metalla nota erunt, eritq; æquatio: $x+a-x+b-x=c.$ venitq; $x=12.$

Æquationes: $x+y=a$, $x+z=b$, $x+y+z=c$

NB. Quo plures st æquationes, eo plures eẽ pnt solutiones, alias scilicet eruendo incognitas, alias solvendo, licet una solutio satisfaciat.
Hac igitur methodo et regulis est solutum problemma quotcunq; sint æquationes in illo resolvendo semper reducendo ad unam æquationem.
Huc usq; dictum ẽ de p̃blematis determinatis, q̃ tot hñt incognitas, q̃t æquãones, modo breviter de indeterminatis dicendum est.

# De Problemmatis Indeterminatis

Indeterminatum problemma est, quod plus habet incognitarum, seu quaesitorum, quam aequationum. Hic tum est facta operatio, cum in uno membro est sola incognita, in altero cognitae cum una incognita, pro qua valor determinatus talis assignetur, quocum quantitas multiplicata, vel recepta vel addit nec sit cum quantitate + nec = 0. Talia problemmata multis viabus solvuntur, et aliquando eorum solutiones sunt innumerabiles.

1. Oenopola habet tres species vini X. Y. Z. vini X mensura constat fl. 9. y fl. 6. z fl. 4. has tres species vult miscere ad mensuras 20. et vult vendere quamvis mensuram unam 7. fl. quaeritur quot mensuras ad mixturam ex quavis specie sit accepturus sine suo damno et emolumento? Si unam mensuram vendet 7. fl. Ergo 20. mensuras vendet 140. florenis. $a=20.\ b=140.$ Aequationes: $x+y+z=a$, $9x+6y+4z=b$. eruo valorem $y$ ex prima $y=a-x-z$. in altera substituo: $9x+6a-6x-6z+4z=b$. Reductione facta erit: $3x-2z+6a=b$. si vellem solvere $x$ erit ultima formula $x=\frac{b+2z-6a}{3}$. $b-6a=20$. pro $z$ assigno valorem eg 1. Ergo $2z=2$, quod additum ad illud residuum faciunt 22, divisi per $3=7\frac{1}{3}$. et hic est valor $x$. $y$ vero est erutum, quare notum esse potest, imo et exaltatione nam $x\ 7\frac{1}{3}+z\ 1=8\frac{1}{3}$ ut igitur sint 20. $y=$ erit $11\frac{2}{3}$. Dein accipio pro $z$ 2, et idem facio quod prius, deinde 3. 4. 5 etc donec potest fieri, ne in $x$ vel $y$ vel $z$ sit 0, aut −0, et erit series solutionum, quarum pars est in tabula. Deinde alteram eruo, et varia item erunt solutiones, quae omnes conditionibus satisfaciunt.

Exempla. Solutiones

| X. | Y. | Z. |
|---|---|---|
| $7\frac{1}{3}$ | $11\frac{2}{3}$ | 1 |
| 8 | 10 | 2 |
| $8\frac{2}{3}$ | $8\frac{1}{3}$ | 3 |
| $9\frac{1}{3}$ | $6\frac{2}{3}$ | 4 |
| 10 | 5 | 5 |
| $10\frac{2}{3}$ | $3\frac{1}{3}$ | 6 |
| $11\frac{1}{3}$ | $1\frac{2}{3}$ | 7 |
| Aliter. | | |
| 7 | $12\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| 8 | 10 | 2 |
| 9 | $7\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{2}$ |
| 10 | 5 | 5 |
| 11 | $2\frac{1}{2}$ | $6\frac{1}{2}$ |
| etc. | etc. | etc. |

2. Quidam Capitaneus iussit in 50. mil. dividi 240 fl. ita, ut veterani in servitute militari accipiant singuli 8 fl. medii 6 fl. novitii 2 fl. quaeritur numerus singulorum? $a=50.\ b=240.\ c=8.\ d=6.\ f=2.$ Veterani $x$. medii $y$. novitii $z$. Aequationes: $x+y+z=a$, $cx+dy+fz=b$. Eruo valorem $z=a-x-y$. Ultima formula erit haec: $x=\frac{b-af-4y}{6}$. Pro $y$ accipio 1. et duco seriem solutionum, ut supra, sed sine fractionibus, nam hic de hominibus agitur, quare in integris solum solutiones admittuntur omissis iisdem cum fractionibus.

Solutiones

| X. | Y | Z. |
|---|---|---|
| 22 | 2 | 26 |
| 20 | 5 | 25 |
| 18 | 8 | 24 |
| 16 | 11 | 23 |
| 14 | 14 | 22 |
| 12 | 17 | 21 |
| etc. | etc. | etc. |

3. Invenire tres numeros x. y. z. qui eandem semper habent differentiam, et facerent additi 105. $a=105$. aequationes $x+y+z=a$, $x-y=y-z$. eruo valorem in 2da $x=2y-z$. in prima substituo. Ultima formula $y=\frac{a}{3}=35$. Ergo si pro $x$ accipiam 1. pro $z$ debeo 69 ut sit numerus 105, et sic ultra.

Solutiones

| X | Y | Z |
|---|---|---|
| 69 | 35 | 1 |
| 68 | 35 | 2 |
| 67 | 35 | 3 |
| 66 | 35 | 4 |
| 65 | 35 | 5 |
| etc. | etc. | etc. |

NB. Omnia problemmata indeterminata in solutionibus habent differentias easdem, quare prima inventa solutione alia addendo notam differentiam solvi possunt.

NB.2. Omnia problemmata per alia eruta alio modo solvi possunt.

NB.3. Duae aequationes ad unam reddi possunt, si ex utraque unius incognitae valor eruatur. sic ex exemplo 5to. $2x+3y=a$, $5x+4y=b$. [illegible fraction: "b" above the line] $y=\frac{a-2x}{3}=\frac{b-5x}{4}$.

# De Geometria Theorica, et Practica.

quomodo dividitur

Quid e Geometria? punctum? linea? quando linea vocatur perpendicularis? quando parallela? quando diagonalis? Quid perimeter? diameter? radius? peripheria? chorda? segmentum? sector? quid angulus? quotuplex? quid triangulum? quotuplex? quotuplices figuræ quadrilateræ? quid polygonum? quotuplex? quo differt ab irregulari? qd superficies? quid solidum? cubus? parallelopipedum? parallelogrammum? Prisma? conus? pyramis? cilindrus? obeliscus? sphæra? etc. de quibus Cl. de la Caille. Problemmata.

1. A puncto dato ad punctum datum lineam rectam ducere in papyro, campo etc.
2. Ex dato puncto in recta erigere perpendicularem, seu normalem ad illam.
3. Ex dato puncto extra rectam demittere perpendicularem ad eandem rectam.
4. Datam rectam bifariam et perpendiculariter secare.
5. Datô extra rectam punctô ducere parallelam.
6. Datis tribus rectis cuiuscunq longitudinis construere Triangulum.
7. Datam rectam in aliquot partes æquales dividere.
8. Scalam Geometricam construere habentem aliquot species mensuræ.
9. Unica circini apertura desumere tres gradus progressionis eg. 2. ped. 3. dig. 7. lin.
10. Lineam rectam in campo metiri Catenâ. Scholium 1mum.

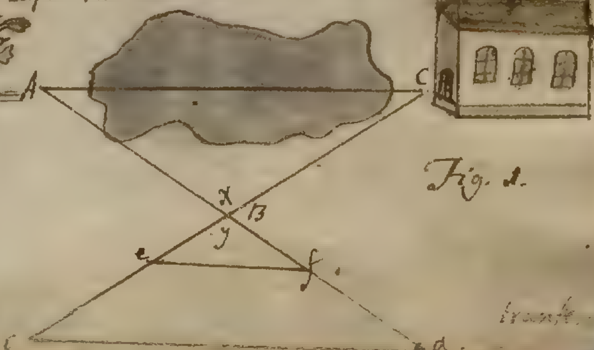
Catena, aut chorda (sznur), quâ in nostro regno utuntur Geometræ, constat ulnis 75. sivi pedibus 150. Dividitur chorda in 10 perticas (pręty) Pertica in alias 10 perticulas (pręciki) Perticula in 10. lineas (linie) linea in 10 lineolas (linijki) et sic deinceps. Hinc pertica constat ulnis $7\frac{1}{2}$. Perticula $\frac{3}{4}$ ulnæ etc.

Scholium 2. Chorda in suas partes divisa debet eẽ lignea, seu metallica, aut catena ferrea, nam funes cannabinos humor contrahit, et vires diversæ inæqualiter tendunt, quæ clare multi authores testantur, et exemplis probant. Huic vitio occurrere pulchre docet Wolfius: si funiculi ex quibus contexuntur funes ad gyros contrarios torqueantur, ac præterea funis oleo ad ignem ferventi immittatur, et postquam exsiccatus fuerit p ceram liquefactam trahatur, eaq oblimiatur. Nullum decrementum longitudinis notabis, etiamsi funem istiusmodi p diem integrum aquis immergas.

Scholion 3. Pondus funis horizontaliter extensi impedimento est, quo minus in rectam lineam conformari possit. Notat Camus lib. 1. cap. 1. Geomtet: Filum 24 pedes longum, ponderans 161 grana $\frac{5}{6}$ et cuius 33. diametri efficiant duos pollices, si horizontaliter tendatur, 10. vinum libris curvari in medio lineh una cum semisse. Hæc itaq deviatio à linea recta impedienda erit aptis sustentaculis.

11. Problemmatum expressior supra resolutiones sunt in de la Caille.

11mum. Metiri distantiã duorum locorum A, et C, quorum intervallum permeari non potest. Resolutio. Eligatur statio aliculi in B. unde ambo loca videri et accedi pnt, tum mensurentur distantiæ AB. CB. ac producti AB. in a. CB in




transfe.

transferantur mensuræ in easdem productas; ita, ut sit $AB = Ba$. et $cB = BC$ dico distantiam $ac = AC$. Demonstratio:

Patet ex nro 508. Sunt enim anguli ad verticem æquales $x = y$, et duo latera æqualem angulum comprehendentia æqualia duobus lateribus homologis nimirum $cB = Bc$ et $aB = BA$. quare triangulum $cBa = ABC$. et $ca = AC$.

Coroll: Si spatii angustiæ non sinat produci latera AB. CB. fiat $Be = \frac{1}{2} AB$ et $Bc = \frac{1}{2} BC$. erit tum $ef = \frac{1}{2} AC$. Nam latera homologa et proportionalia $Be : ef :: AB : AC$. ob similitudinem triangulorum ABC. Bef. nro 540.

Resolutio altera eiusdem problemmatis ope mensulæ.

In mensula Geometrica collocata horizontaliter inde eligatur punctum B, et in eo defigatur acicula, ad quam applicata regula cum dioptris tamdiu huc illucque moveatur, donec per eas prospicienti punctum A occurrat, ducatur in hoc regulæ situ recta eB. similis collineatio fiat in punctum C. ducatur ut prius recta fB. tum inquiratur ope chordæ longitudo rectarum BA. et BC. et ex scala Geometrica iuxta dicta in Coroll. problemmatis 11. transferantur lineæ istæ homologæ ex B in e, et f. ex puncto e ducatur recta ad f. et longitudo rectæ ef applicetur scalæ, hæc indicabit distantiam AC. quæ v.g. chordæ 2. perticand. vel etiam colligitur per proportionem $Bf : fe :: BC : CA$.



12mum. Metiri distantiam duorum locorum AC quorum unus tantum A accedi potest. Resol. Baculo ad arbitrium in B infixo, recta AB transferatur ex B in E. ita, ut baculus in E defixus sit cum A et B. in eadem linea. In E fiat angulus $BED = CAB$. tandem ex E progrediatur in D. donec baculus defixus sit in eadem linea recta tam cum BC, quam cum DE erit itaque $DE = AC$. Demonstratio coincidit cum Demonstratione Problemmatis 11. sunt enim triangula æqualia $ABC = BDE$. ergo $DE = AC$ nro 506.

Resolutio 2da. Defigatur baculus in J cum A et C in eadem recta. Alter baculus defigatur in alio loco ex. gr. in K, ex K in L transferatur JK, in M vero KA. Denique ex K progrediendum in N donec KN sit in eadem linea recta cum KC et ML

Dico eē MN = AC. Demonstraō: Per constructio-
nem e AK = KM. et IK = KL. et anguli ad
verticem x y it æquales, ergo IA = LM. et p=o.
nro 506. Quare cum sit ux = yz erit IL = NL.
Consequenter æqualia ab æqualibus auferendo.
AC = NM.

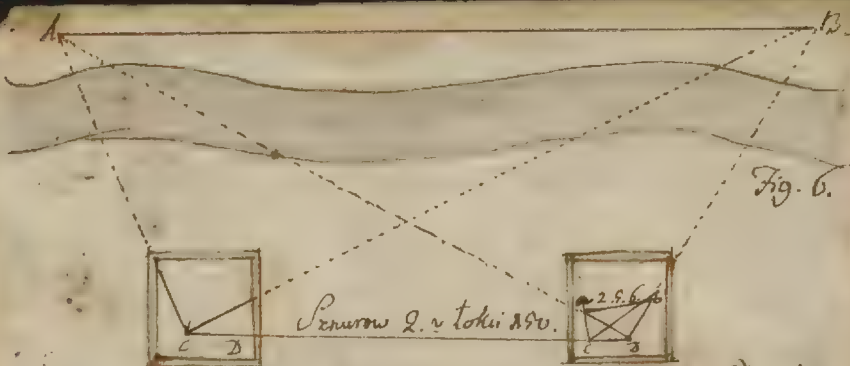



Resolutio 3tia ope mensulæ. Eligatur statio
in B. unde locus uterq́ cerni, A vero accedi
possit; mensula obducatur charta candida probe
extensa, et collocetur in B
situ horyzontali, tum in
puncto mensæ stationis
loco imminenti figatur
acicula ppendiculariter,
et p regulam pinnulis
instructam, q̄ dicitur dio-
ptra fiat collineatio versus
A et C. ducantur in mensula
rectæ indefinite versus
A et C. Deinde distantia AB ope chordæ
mensurata è scala transferatur ad locum A. et collocetur situ hori-
zontali, ita, ut punctum à loco A directe immineat, recta vero AB. cū
aB in directum iaceat. Fiat deniq́ penes aciculam collineatio versus C, et
ducatur recta, q̄ rectam à statione B. ductam versus C secet in puncto c; recta Ac
scalæ applicata indicabit mensuram distanæ AC. Demonstratio.
Nam triangula ABC. Abc sunt similia ob duos angulos communes, nempe:
A et B. ad b translatum ergo tertius C = c (nro 494) et hinc Ab : AB :: Ac : AC.
sicut ergo Ab ex constructione repræsentat distantiam AB. ita Ac repræsenta-
bit distantiam AC.

Corollarium 1.

Simili raōne latitudo alicuius fluminis inveniri potest. 2dum.
In 2da resolutione problemmatis, si ob angustiam spatij totæ lineæ:
A.K. I.K. transferri n̄ possint, sufficit si ptes aliquotæ earum in KM. et
KL. transferantur ut dictum in Corollario problemmatis 11.

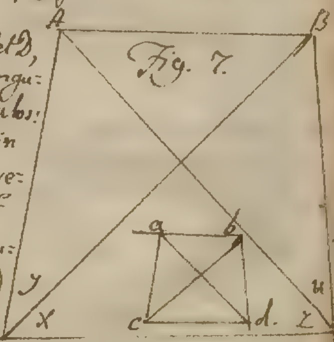
Probl. 13tium. Invenire distaām duos locos A. et B. quos neutr accedi possit.
Resolutio: Eligantur duæ commodæ stationes C. et d. è quibus utq́ locus videri
possit, et primo collocata mensula in C. fiant collineationes, ut supra
in resolutione 3. probl. 12. versus utrumq́ locum, ducanturq́ rectæ ex C
indefinite versus A. B. et d. Deinde mensurata distantia Cd. transfe-
ratur è scala ab acicula C. usq́ in D. ac acicula ex C extracta defigatur
in D, tum mensula ad stationem et transferatur et situ horizontali sic col-
locetur




locetur, ut acicula stationi et directe immineat, recta vero CD. aut Cd. gruat, deniq penes aciculam rursus fiant collineationes versus CA, et B Ducanturq recta prioribus occurrentes in a et b, quorum intervallum ab ad scalam applicatum indicabit distantiam AB.

Demonstratio.

Sunt similia Triangula dcb et CB, item dca, DCA enim in prioribus duobus angulus d communis, et c ex C. translatus, similiter ratiocinandum, de duobus postremis, hinc [nro 558] cum sint latera proportionalia erit dc dC:: CA: ca. et dC = cb: CB. ergo etiam Ca: CA:: Cb: CB. adeoq etiam. [558] sunt similia triangula acb. ACB. et similiter polygona dcab. DCAB. sunt similia dc: dC :: ab: AB.




Resolutio altera. Eligantur duae stationes in C et D, et factis collineationibus investigetur quantitas angulorum y et x item z et u, quod summa dant angulos: ACD. BDC. Tum mensuretur distantia CD, et in chartam ope scalae transferatur, erit cd ipsi CD respondens super inventa recta cd, ope angulorum x et D construatur triangulum bcd, et ope angulorum z et C construatur alium triangulum acd tandem in scala Geomet. quaeratur distantia a et b punctorum, habebiturq quod quaerebatur, nam ab: cd:: AB: CD.

Coroll: Non ab simili methodo ex duabus stationibus inveniri potest distantia locorum plu

Scholion. In determinandis distantiis locorum praesertim in magna distantia sitorum cavendum est, ne nimis exiguae stationum distantiae eligantur, et ne mensula a situ horizontali et baculi à perpendiculari deflectat, utiq enim error praxim turbi

14. Metiri altitudinem accessam AB.

Resolutio. Sumatur baculus ED. eius longitudinis, ut fere perpendiculariter infixus altitudine oculi adaequet, tum humi prostratus baculi DE perpendiculariter the E ita infigi curam ut E et B. sint cum oculo in C, in eadem recta. Deniq metire distantiam CB. qua cognita habebis altitudinem AB. erit enim CB = AB.



Demonstrão: Ex constructione ED. ē ppendicularis. item AB utpote altitudo, [592] erunt igit ED et AB sibi parallelæ, et consequenter triangula CED. CAB. similia ob rectos ad B. et D. et communem ad C. Hinc [556] CD: DE :: CB: BA sed p hypothesin CD = DE. ergo CB = BA.

Resolutio alia ope duorū baculor. Defigat baculus DE perpendiculariter in D. et aliquo hinc intervallo alter baculus minor in C ita, ut p apices baculor FE. videas punctum A. Tum mensuret distantia baculorum FG. et distātia baculi minoris ab altitudine qta FH. item diffrā baculorum GE. His habitis quærat ad GF. GE. et FH quarta proportionalis AH [274] inventæ huic pportionali addit altitudo baculi minoris FC. v HB. Summa indicabit altitudinem qtam AB. Sit v.g. GF = 4. ulnis GE = 2. FH 16. Fiat juxta mūcitatū propōrō 4 : 2 :: 8 : x erit x = 8. Huic invento termino si addat altitudo minoris baculi FC = 1. ul. erit altitudo qta AB = 9 ulnis.

Demōstrão, Cū AF ipsi BC parallela supponat et p ōstructionem BA et DE ad BC ppendiculares, erant eædē ppendiculares ad AF [432] adeoq GE et HA int se parallelæ, consequent ob similitudinem Triangulor [509] GF: GE :: HF: HA. & FC = HB utpote inter easdē parallelas AH + FC = AH. + HB = AB.

Resolutio 3tia ope mensulæ. Figura 12ma.

Defigat statio v.g. in D. erigatq mensula verticaliter ita, ut latus eius FG paral lelū sit Horyzonti DB. Tum affixâ aciculâ in C ducat recta indefinita Ce lateri FG parallela, et fiat immotâ mensulâ collineatio versus apicem A ducat recta indefinita ab acicula C versus A. Demq mensuratā distanā CE, B transferat ope scalæ ex C in e, ac illic erigat ppendicularis ea. hæcad scalam applicata indicabit altitudinem qtam AE, cui si addat altitudo EB. v CD. habebit tota altitudo, nimirū AE + EB CB = AB ~~~.

Demonstrão: Triangula Cec, et CEA st similia ob aeq. duos rectos et ad C communem. Hin Ce: CE :: ea: EA. etc.

Probl. 15tum. Metiri altitudinem accessam ope umbræ. Fig. 9

Resolutio. Assumat baculus certæ altitudinis ba et defigat ppendiculariter in plano à sole v luna collustrato, tum mensuret baculi, et altitudinis qtæ eodē tempore, atq segnis instituat propōrō, ut umbra baculi; ad umbram altitudinis qtæ, ita altitudo baculi ad altitudinem qtam, seu potius cb: CB :: ab: AB. sit v.g. data altitudo baculi ulnæ 4. plus minus.

Demonstrão: Triangula cab et CAB st similia nā anguli cba et CBA. st recti ex naā altitudinis, et anguli acb. et ACB. st æqles eidem angulo elevatonis solis aut lunæ supra horizontem. cum eodem tempore umbræ cb. ac CB. mensurata ēē supponat. Hinc recte instituit proportio: cb : CB :: ab : AB.

Coroll. si eo momento cuspis umbræ C in plano horyzontali noti

istius

bitur, quo sol supra horizontem ad altitudinem 45 gr. sublatus fuerit tunc longitudo umbrae CB = altitudini qtae nā in rectangulo /490/ duo anguli acuti sunt alt. altrius complementū ad rectum, cum ergo ex hypothesi ad C angulus sit 45 gr. igitr ad A dt eē eam 45°, et consequenter umbra CB = altitudini AB.

Scholium /Fig. 10/ Ad indagandā solis altitudinē 45° et metiendas altitudines ex umbra pnt fieri aliquot circuli concentrici aeqlitr à se distantes, in quorum centro C erigendus ē stylus ea aeqlis diametro minimi circuli huius styli ppdicula nt centro infixi si umbra attigerit peripheriam primi circuli erit tunc sol 45 graduum supra horizontem elatus, ut eodem momento quevis umbrae suo corpori aeqlis si vero pvenerit umbra ad peripheriam 2di circuli tum altitudo solis supra horizontē erit $\frac{1}{2}$ minor qm 45 et umbra duplo maior suo corpore, et sic de caeteris.

Scholion 2dū In oībus istis resolutionibus, dum determinantr altitudines ope umbrae aut baculorum, supponitr planities pfecte eē horizontalis, nam si notabilis fuerit declivitas, facile à vero aberrabitur.

Probl. 26. Metiri altitudinem inaccessam. Fig. 11ma.

Resolutio. Electa statione xg in D collocetr mensula verticalitr, et penes aciculā O ducatr recta Or indefinita lati mensulae, et horizonti parallela, juxta cuius directionem fiat collineaō in aliquod qtae altitudinis punctum c? tum penes aciculum fiat alta collineaō versus A. apicem altitudinis, ducatrq recta indefinita, deniq mensuratā distaā staōnū DC transferatr ex scala in rectam — Or ac relicto in D baculo transferatr mensula ad altam staōnē C acicula in r infixa, et staōni C imminente, tum verticalitr, ut prius firmatā tabula p dioptram respiciatr ad baculū in D defixum, donec is occurrat oculo in eadē recta cum ro, et ex adverso punctum E similitr occurrat in eadē recta ro, tandem immotā mensula fiat penes acicula collineao versus A ducatrq recta indefinita, q occurret alti ex priore staone versus A ductae in puncto a, demissa perpendicularis ex a, ae, et ad scalam applicata indicabit ptem altitudinis AE, cui si addatr altitudo ro = EB. qd tum fit cum BCD sint in eadem recta obtinebitr tota altitudo AB.

Demonstraō. Sunt triangula similia rae. rAO. item raC. rAE. ob angulos rectos, et unum communem: Igitr or: Or /CD/ = ar; Ar, et ar: Ar = ae; AE. Jam loco ar. Ar. posito or: Or seu CD erit haec proporō or: CD:: ae: AE. ex qua proportione invenitr altitudo qta AE.

Coroll. si puncta BCD n sint in eadem recta, fiat penes aciculam in alta staone collineaō versus punctū B. Vide fig. 13. et ducatr recta indefinita, cui ppdicularis ae pducta occurrat in B indicabit.

ab. scalæ applicata totam altitudinem AB ob similitudinem Triang. AB. a Cb. Corollarium 2dum Nori ab simili methodo invenitur profunditas fossæ, vel cisternarum etc. si ducta recta recta indefinita parallela ad horizontem transferatur in eam latitudo fossæ etc. ex e in e et penes aciculam defixam in c fiat collineatio in fundum fossæ. et vg in B. ducaturque recta indefinita cb. quam secabit perpendicularis etc. demissa ex puncto e; hæcque scalæ applicata indicabit profunditatem quæsitam. Vide Fig. 13.

Coroll. 3tium. eodem ferè modo ex altitudine aliqua determinatur distantia alicuius termini vg ex altitudine propugnaculi distantia castrorum quæ ut obtineatur, debet primo mensurari altitudo ipsius propugnaculi ope chordæ vel perticæ, tum collocata tabula in superiore loco propugnaculi inventa mensura altitudinis transferatur in tabulam ex e in b. perpendicularis, tandem fiat collineatio circa aciculam in e defixam versus A, et ducatur recta indefinita atque ex b versus ducatur recta parallela plano horizontali, hæc applicata scalæ geom. indicabit distantiam castrorum, et recta ea dabit distantiam eA. Fig. 14.

Demonstratio. Triangula abe et ABe sunt similia ut consideranti patet, et consequenter latera sunt proportionalia. Scilicet eb: ba: eB: AB. = distantiæ castrorum à prop:

Probl. 17. Montium altitudines, et latitudines determinare.

Resolutio. Assumantur duæ perticæ in aliquot pedes, aut ulnas divisæ vg in 4. vel 5. aut 6. et incipiendo a vertice montis applicentur sibi perticæ ita ope duplicis libellæ, ut una pertica horizontalem, alia perpendicularem lineam repræsentet, Vide fig. 15. Annotatis partibus separatim perticæ tam particularis, quam horizontalis rursus instituatur applicatio, ut supra perticarum, et toties repetatur quoties necesse fuerit, donec descendatur ad radices montis, denique colligantur in unam summam partes annotatæ, summa partium perticæ perpendicularis dabit altitudinem montis, summa vero partium perticæ horizontalis, determinabit latitudinem eiusdem.

Scholion 1mum.

Hæc montium dimensio potissimum necessaria est ad delineationem Ichnographiæ fundi alicuius. tunc enim non superficies montis, quæ est gibbosa, sed ipsa latitudo seu linea horizontalis determinari debet. Item necessaria est ad determinandam declivitatem superficiei. Aquarum fluentium, vel aliò deducendarum etc.

Scholion 2dum. Hæc practica montium dimensio dicitur libellatio, seu libratio. Hinc instrumenta ad rite instituendam eiusmodi praxim libellandi, seu librandi appellantur: instrumenta libellationum, seu libellarum, quarum plura à viris celeberrimis Philippo de la Hire, Hugenio. Picardo etc. excogitata sunt, simplicissimum libellæ genus est, si reg. AB trium pedum dioptris instructa alteri CD 4 pedum ad ang. rectum iungatur perpendiculo ex ... pendulo. Fig. 16.

Hoc instrumentum ut adhiberi possit ad libellationem, necesse est prius certe duo

& 3 pertica, in quibus pro libitu attolli, deprimi, et ope cochleæ firmari possint tabulæ quadratæ nigro colore tinctæ, in medio tamen duabus albis lineis se decussantibus distinctæ, ad quarum intersectionis punctum collineatio fieri possit, cujus usus ut innotescat sit.

Probl. 18. Determinare declivitatem terræ a termino A ad terminum B. Fig. 17.

Resolutio. Collocetur libella dioptris instructa in a, pertica vero altera in A altera in b. fiat collineatio per dioptras libellæ in puncto tabellarum, in quo se lineis albis intersecant, tamdiu per solicos attollendo & deprimendo tabellas, donec puncta illa C et D fuerint in eadem cum radio visivo. His pactis notentur separatim in schoeda partes intervalli AC. et Db. ex. gr. partes intervalli AC sit ulnæ 3. et partes intervalli bD sit ulnæ 6. Tum relicta perticâ cum tabula quadrata in b. altera ex A transferatur in B. et libellâ collocatâ in c rursus similimodo, ut prius instituatur collineatio et sic deinceps, donec descendatur ad terminum B. In hac 2da statione pertica partes perticæ sinistræ esse ex. gr. ulnæ 2. et alterius ulnæ 7¼. Collectis itaque his partibus separatim summam partium sinistrarum subtrahe a summa partium dextrarum, differentia determinabit declivitatem terræ a termino A ad terminum B. quæ est æqualis 4 ulnis et ¼ in nostro casu. Nam in prima statione partes sinistræ intervalli AC in assumpto exemplo sint ulnæ 3. in 2da statione partes sinistræ intervalli bd ulnæ 2. Ergo summa harum partium est æqualis 5. ulnis. Jam vero partes dextræ in prima statione intervalli bD et 6. ul. in 2da statione partes dextræ intervalli fE. ul. 7¼ E. summa harum partium erit = 13¼ uln. et facta subtractione remanebunt ulnæ 4¼.

Coroll. Si declivitates partim ascendentes, partim descendentes fuerint, deberet primo colligi omnes partes ascendentes tum descendentes ac denique summa minor a maiore subtrahi, residuum erit differentia quæsita.

Scholion. Consultum est, ut libellatio ejusmodi bis instruatur, nempe a termino A ad terminum B. Deinde retro a termino B. ad terminum A, ut error si quis in prima operatione subrepserat, emendetur facile enim hac in re aberrari solet.

Problemata superius posita facilius resolvi possunt ope Astrolabij, semicirculi, aut quadrantis, de ejusmodi instrumentorum usu inferius, ubi de practica Trigonometria agemus.

## Sectio 2da.

### De superficiebus, seu Areis.

Quid sit superficies et quæ ejus mensura? Notum est ex Authore pag. 145. n. 583. 584. ut itaque habeatur mensura alicujus areæ, superficies debet mensurari in longum, et latum per lineas perpendiculares, quæ secum multiplicatæ indicant magnitudinem superficiei.

Mensuræ arearum, non eædem sunt ubivis gentium, in nostro enim regno aliæ sunt in Polonia, aliæ in Lithvania pro more utriusque Provinciæ

quæ

q. freqūtius in usu civili adhiberi solent, seqūtes tabulæ exhibebunt. Pri-
ri tō tabulæ mensuras linearum complecti libet

## Tabula prima mensuras linearum exhibens. 13

| Mensura linearum | Chorda Sznury | Ulnæ Lokcie | Digiti abocale | Pedes civiles | Pedes geom. | [illegible] | Passus geom. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ulna Vitr. Lokiec ma | —" | —" | 24. | | | | |
| Palmus. Palm. ma | —" | —" | 4. | | | | |
| Pes civilis Stopa ma | —" | —" | 12. | | | | |
| Pes Geom. idem ē cū civili ma | —" | —" | 10. | | | | |
| Orgia Sążen ma | —" | 3. | | | | | |
| Passus communis Krok ma | —" | —" | —" | 2½. | | | |
| Passus Geom. ma | —" | —" | —" | 5. | | | |
| Stadium Stacie ma | —" | —" | —" | —" | —" | —" | 125. |
| Milliare commune in Polonia ma | 184. | 4. | | | | | |
| Milliare commune in Lithv: ma. | | | | | | | |

## Tabula 2da Mensuræ arear. Poloniæ iuxta Regni Constitut:

| | Longū | Latū | Quadr. |
|---|---|---|---|
| Laneus (Łan) nobiliū habet ulnas Cracovienses — In | 3024. | 120. | 362880. |
| Laneus Kmetor. dictus Cmetonicus habet ulnas Crac. | 400 | 96. | 38400. |
| Laneus Culmensis in bonis Regijs ht ulnas Crac. | 6750. | 225. | 1518750. |
| Laneus Francomicus maior habet ulnas | 3915. | 217½ | 4.51512½ |
| Laneus Francomicus minor habet ulnas | 3915. | 174. | 681210 |
| Laneus Germanicus, seu Teutonicus habet ulnas | 4050. | 180. | 729000. |

Horum Laneorum p̄tes aliquotæ varias dn̄ationes sortiuntur. Laneus Nobilium componitur ex tribus campis, quor unus facit in longum ulnas Crac. 1008. in latum 120. Minores huius lanei p̄tes st stadia 36, quor unumqdq facit ulnas Crac. in longum 84. in latum 1008.

Laneus Kmetonicus complectitur stadia 4. in longum, in latum sulcos (Brozda) 24. In hoc laneo stadiū unum habet ulnas 9600.

Laneus Culmensis seu Regius in longum numerat chordas 90. seu perticas 900. In latū chordas 3. seu perticas 30. chorda vero [?] eiusmodi continet in se ulnas 75. et pertica ulnas 7½.

Laneus Francomicus maior componitur ex 18 in longum, et 1. str. [?] in latum

in latum, seu ex mensuris 270. in longum et 15 mensuris in latum. [illegible] Laneus Franconicus minor in longum habet mensuras etiam 270. in latum autem 12 tantum. Singulae autem ulnae faciunt ulnas Crac. 17. et digitos 12. Stadium unum in hoc laneo maiori Franc. facit Crac. ulnas 217½. Laneus Germanicus continet in longum chordas 90. seu perticas 270. in latum chordas 4. seu perticas 12. Hinc una chorda in hoc laneo componitur ex tribus perticis, seu virgis, quarum singulae faciunt ulnas 15.

Tabula [illegible] Mensura arearum [illegible]

| | In Longu | In Latu | Quadr |
|---|---|---|---|
| Morg ma w sobie sznurow 3. czyli tolici Litewskich | 225. | 75. | 16875. |
| Włoka ma morgow 30, abo sznurow - - - - - - | 30. | 3. | 90. |
| $\frac{1}{4}$ Wiorsti ma sznurow 22½. x 5 prętow $\frac{1}{5}$. 14°. $\frac{1}{6}$. 15°. | | | |
| [illegible] zaś Włoka ma - - - - - - - - | 225. | 225. | 50625 |

Praeter eiusmodi mensuras arearum reperiuntur aliae in quibusdam bonis dictae: Służba, Zerebia etc. de quibus ex iure Lithvaniae nihil certi haberi potest. Mensurae dictae służba habetur quidem mentio in iure Lithvanico ubi haec leguntur verba: Za każdą dwadzieścia kop groszy w służbę abo włókę ludzi osiadłych etc. Vide w Statucie W. X. Litt. w Roz. 4. art. 94. Ex his nil certi concludi potest, diversas enim mensuras, ut usus, et experientia docet pro diversitate enim locorum eiusmodi arearum quantitas complectitur, ut igitur dictae mensurae aliaeque similes determinentur, necesse est prius, antequam dimensio agrorum instituatur, ex ipsis Colonis, et arearum possessoribus expiscari, quot mansos, morgos etc. per more eius loci istae contineant dictae mensurae.

Circa mensuras arearum unum adhuc superest, de quo Geodasiae studiosum monitum volo, nimirum, non semper mansum aliasque partes mansi certam in longum, et latum habere mensuram. Communiter enim mansus (Włoka) habet in longum chordas 30. in latum 3., saepissime tamen in praxi contingit, minoris esse longitudinis mansum quam 30 chordarum. Notandum igitur bene tum debere augeri latitudinem mansi, cum imminuatur longitudo, et e contra cum paulo maior longitudo esset quam 30. chordarum latitudinis mensura minor tribus chordis esse debet. Idem intelligendum de aliis partibus mansi. Quomodo autem data longitudine mansi inveniri possit eius latitudo, et vicissim sequens problemma docebit.

Probl. unum. Invenire latitudinem mansi, cuius longitudo data sit 25 Chord. Resolutio. Mansus iuxta tabulam supra positam habet chord. quadratas 90 = 30 X 3, ut ergo habeatur latitudo divide 90 chord. per datam long. 25 chord. erit $\frac{90}{25} = 3\frac{1}{6}$ id est erit latitudo 3 chord. et 6. perticae, nam

multiplicato

multiplicato quotiente p divisorem restituitur dividendus scil. qu. Chordæ seu latus manens, unde patet veram esse resolutionem problemmatis.
At aliud exemplum hinc fractiones decimales, idem est servando divisione fractio:
Eodem modo invenitur longitudo sive cum fractionibus sive sine fractionibus
Coroll: Si planities cubiculi pedes 12 lata, longa vero 20. tegenda sit latericulis aut abaculis ligneis latis pedes 2. ut inveniatur hujusmodi abaculorum junctorum longitudo, ducatur prius latitudo planitiei in longitudinem scil. 12 X 20. habebitur area tota pedum quadr. = 240. Tum dividatur hæc area p abaculorum latitudinem 2. pedum obtinebitur longitudo qta = 120.
Probl. 2dum. Invenire aream quadrati. Fig. 18.
Resolutio. Quæratur longitudo lateris AC. hæc ducatur in se ipsam, v. in latus AB. habebitur area quadrati vg. sit latus AC = 3°. latus AB = 3° erit area totius quadrati 3X3 = 9. chor. Demonstratio hujus p se est clara.
Coroll. Quoniam mensuræ longitudinum singulæ in 10. ptes divisæ à Geometris assumuntur, quæ in se invicem ductæ quadrata producunt, centuplamque servant rationem, inde, si summa particular., ptícar., chordarumque quadratar. centenis maior proponatur facile hæc in suas species mensurarum, quas continet, distingui pt, si nimirum duæ notæ à dextris versus sinistram singulis speciebus assignentur vg. sint datæ ptículæ quadratæ 126872. facta separatione notar. erit 12, 68, 72". Hoc est erunt 12 chordæ 68 pticæ, 72 perticulæ. Unde eam facile colligitur vicissim nobis integrum numerum mensuræ, in suas species resolvi, nempe, si cuilibet speciei locum duo zeri tribu.
Coroll. 2. Quia longitudinem mensuræ in se invicem multiplicatæ quadrata produnt, vicissim si hæc p istas dividantur longitudinum mensuræ restituentur. Quamobrem quando decimales numeri multiplicari se debeant fiat 1mo. reductio ad species similes. 2do. more solito multiplicatio instituatur, 3tio factum in species distinguatur assignatis cuilibet speciei numeris seu notis binis à dextris versus sinistram, quoties autem areales numeri p longitudinem mensuras dividi debeant, similiter ut prius fiat reductio ad similes species, et quotus in suas classes à dextris versus sinistram distribuatur, singulis notis pro quavis specie assumptis vg. sit latus A. 2°, 4', 0". Multipl. 2° chor., et 4' pticar. multiplicandum p 3° chordas, B. 3°, 5', 6". multipl. 5' pticas, et 6" ptículas: multiplicentur 1mo numeri: C. 85440. 240 p 356 solito more fiet productum 85440. 8°, 54', 40". Productum demum a dextris versus sinistram separentur binæ et binæ notæ habebitur quotus numerus iuxta species duas 8°, 54', 40." nimirum: 8°. chordæ 54', pticæ, et 40" ptículæ.

Coroll.

Eodem modo divisio fractionum decimalium peragitur.
Probl. 3tium Invenire aream rectanguli. Fig. 19.
Resolutio e eadem ac superioris problematis nimirum multiplicet AB p AC. et factum erit area rectanguli, ut $3 \times 5 = 15$. v $3 \times 6 = 18$. Dem. n. 588.
Probl. 4tum. Invenire aream 3anguli. Fig. 20.
Resolutio: Triangulum ACD e $\frac{1}{2}$ parallelogrammi ABCD, quod area parallelogrammi e aequalis facto ex AB × AC. seu ex altitudine in basim. Ergo area trianguli erit $\frac{1}{2}$ facti ex AB in AC. /592/ Obtinebitur etiam area trianguli, si $\frac{1}{2}$ altitudinis ducatur in totam basim, vel vicissim.
Probl. 5tum Invenire aream Rhombi v Rhomboidis obliquanguli. Fig. 21.
Resolutio In latus CD pro basi assumptum demittatur perpendicularis AE, quae erit altitudo parallelogrammi, tum multiplicetur basis CD p Altitudinem AE factum erit area quaesita.
Demonstratio. Area parallelogrammi ABCD componitur ex duabus areis triangulorum ACD, et ABD habentium eandem altitudinem AE ob parallelas AB. CD. quod area utriusque 3anguli = facto ex alt: AE in $\frac{1}{2}$ baseos AB, et CD. Ergo area parallelogrammi erit factum ex alt. AE. in totam basim CD. v AB. nam $\frac{1}{2}$ CD + $\frac{1}{2}$ AB. = AB v CD.
Probl. 6tum Invenire aream cuiuscunque trapezij Fig 22.
Resolutio. Ducatur NP. diagonalis, ad hanc demittantur perpendicula ex M. et O. nimirum MS. et OR. Denique multiplica $\frac{1}{2}$ diagonalis NP. p utramque perpendicularem OR. et MS. et habebis aream trapezij.
Problema 7mum. Invenire aream cuiuscunque figurae irregularis Fig 23.
Resolutio intra aream mensurandam designetur linea quam potest longissima ut AB. Ad hanc ex omnibus angulis polygoni ducantur perpendiculares dividentes aream in figuras quadrilateras, et triangulares singularum areae mensuratae dabunt summam totius areae, Si facta divisione aliquae areae partes aliquae fuerint trapezij, horum areae inveniuntur ducendo basim in summam perpendicularium.
Coroll. Si areae alicuius partes aliquae fuerint curvilineae, haec area ita dividi debet in triangula, et quadrangula, donec residuum curvilineum aestimari non debeat.
Scholion. Camporum dimensio tum demum commodissime suscipitur postquam ex figurae imaginibus eiusmodi exhibitae sit, quibus tota facies areae dilucide ob oculos ponitur. Itaque de his rite efficiendis nunc dicendum est.
Probl. 8vum. Ichnographiam areae ubique permeabilis describere. Fig. 24.
Resolutio Collocetur mensula situ horizontali in angulo quopiam areae ut A, et vertices angulorum areae pertiis baculis perpendicularibus, e longinquo conspicuis determinentur tum factis penes aciculam angu-

lo et imminentem versus eosdem collineaõnibus ducant recta indefinita in quas è scala tranferant distantiæ AB. AC. AD. AE. AF. ope chordæ mensuratæ, atq puncta bcdef mensuris escala translatis determinata, seu connectant erit figura Abcdef. A similis areæ campestri ABCDEFA ob angulorum similitudinem.

Resolutio alta: Vertices angulorum areæ baculis (ut suprà dictum) determinent, in medio areæ collocet mensula factis per dioptras collineationibus ad angulos ... ducant in mensula lineæ indefinitæ. in quas mensuratæ longitudines AB. AC etc. transferant ope scalæ, demum extremæ linearum iungantur recta habebitur Ichnographia areæ. Demonstratio ex similitudine triangulorum Fig. 25.

Scholion ... area non sit nimis ampla, non ... tantum diagonales, et eam latera ope chordæ mensurari, et assumptis mensuris ex scala figura similis figuræ campestri in charta construi. Id ut fiat, non alia re opus est, quam ut unum triangulum super alio extruatur. Quomodo autem quodvis triangulum construendum sit, vide Problemmate 6to Sectione 1ma.

Problema ... mum Ichnographiam areæ non ubiq pervia cuius anguli videri possunt describere. Fig. 26.

Resolutio posita tabula v.g. in A collineatio fiat in singulos areæ angulos B. C. D. E. ducanturq recta indefinita ex puncto A versus angulorum vertices, tum mensurata distantia stationum AB. et ex scala transferatur in mensulam in Ab. mensula ex A transferatur in B. ita ut punctum b termino B respondeat, et per dioptras collineanti baculus in A defixus occurrat. Demum ex puncto b. 2dæ stationis in singulos rursus figuræ campestris angulos collineatio fiat, versusq eosdem angulos rectæ ducantur, quæ priores in etc intersecant, iunctis intersectionum punctis, habebitur Ichnographia areæ.

Demonstratio. In utraq statione A et B. per constructionem eadem linea ab et ba congruit eidem directioni anguliq EAD. DaC. CaB. primæ stationis, singuli singulis, adeoq lineæ ae. ad. ac sunt parallelæ aE. aD. aC. et consequenter triangula similia ut per se patet etc.

Probl. 10mum. Ichnographiam areæ non ubiq permeabilis describere, cuius omnes anguli ex duplici statione videri nequeunt. Fig. 27.

Resolutio. In angulo aliquo areæ v.g. A. adhibitis dioptris fiat collineatio versus proximos angulorum vertices, v.g. B. et E. Ducanturq lineæ indefinitæ, in quas longitudo AB. AE. ex scala transferatur. relicto baculo perpendiculari in A mensula transferatur in B. ita, ut punctum b. immineat ipsi B. et linea Ab. sit in eadem recta cum AB. tum facta collineatione versus C. ducatur in mensula recta bc. in eamq mensurata longitudo BC. ope scalæ transferatur. Similiter mensula ex B. transferatur in C. et ex C. in D. etc. donec ultima linea concurrat cum ea linea, quæ fuerat ducta in prima statione, nempe cum Ae.

Demonstratio: Congruit cum superioribus demonstrationibus, sunt enim duo polygona similia, adeoq latera sunt proportionalia.

Scholion

Scholion. Ad solvendū h. problemā solent Geodetæ uti pixide cum acu magnetica, q in circulo in 360 gr. diviso, et declinaōnes latū figuræ, et simul angulos a lateribus comprehensos ostendit, quorum ope similis figura pōt delineari in charta.
Problemma 11mum. Deteriminare, quot mensuras quadratas superficies lacuum stagnorumq in se contineant. Fig. 28va.
Resolutio. Circa lacum designentur linea recta ope baculorum eā lege, ut ejusmodi rectis formetur perimeter alicujus figuræ vg quadrilatæ v pentagonæ etc. tum erigatur mensula horizontaliter in aliquo puncto perimetri vg in A. et fiat collineaō in B. mensureturq distāa AB. atq ex scala transferatur in lineam mensulæ Ab. his factis transferatur mensula in punctum C. fiatq collineaō tam in punctum A. qm in baculum c. in angulo lacus erectum (in omnibus anfractibus, et angulis lacus erigendi sunt baculi) mensurateq distāa CA et Cc, transferantur in tabulam. Ex termino C progrediatur cum tabula in D fiatq iterū collineaō tam in terminū C. qm in baculū d. in angulo lacus erectum ac determinato mensura ope chordæ transferatur in tabulam solito more. Demq ex termino D. procedatur cum tabula in terminos E.B.F.G. in singulis stationibus solitam dimensionem instituendo, donec redeatur ad punctū A. totusq ambitus mensuretur. His factis calculus instituitur hoc modo. 1mo: Quæratur area totius rectanguli, AB. 2do. In unam colligantur sumā areolæ ōum triangulorum trapesiorum etc. lacui adjacentium 3tio. Sumā areolarum subtrahatur ê sumā areæ totius rectanguli residuum dabit aream totius lacus.
Coroll. ex hac resolutione problematis facile colligitur, quomodo determinare debeant areæ lacubus stagnis, fluminibus etc. adiacentes. Item quaraōne Ichnographia fluminum describi debeat.
Probl. 12mum. Reducere ad calculum Ichnographiam areæ. Fig. 29.
Resolutio Delineata juxta supius dicta area dividatur in aliquot figuras regulares lineis occultis, tum latera ignota quadratorum, rectangulorum, bases, et ppendicula triangulorum etc. quærantur ex scala Ichnographiæ annexa habita raōne eārum fractionū, parvæ ergō fractiones negligi pnt, demq singulæ figuræ, et mensuræ latū notentur in charta, atq in unam summam mensuræ colligantur sit vg. area A.B.C.D.E. ad calculum reducenda.
Coroll. Ut calculus areæ recte instituatur multiplicantur latera et fractiones eorundem instar nrorum integrorum, assumptis ijsdem fractionibus in utroq factore, in producto binæ, et binæ notæ à dextris versus sinistram reseantur et eodem ordine singula binaria notantur ijsdem [illegible], quibus fractiones maioris factoris notabantur, sit pro exemplo calculus primæ figuræ, cujus basis = 3. chor et perpendicularis = 2, 1. habebitur primus factor 3 0.
Est area primæ figuræ in nris quadratis idē 3. chordæ, | alt fa: 2. 1.
et 15. perticæ quadratæ. | Prod. 6, 30.
Coroll. 2. ut nri quadrati in datis speciebus in ultimam spe- | cujus ½ = 3, 15.

ciem

ciem quadratorum commutentur, omissis aliis signis denotantibus diversas species mensurarum, et ultimo speciei signo numeri secum coniungantur. Vic 3.15 / 3 chordae et 15 perticae commutentur in solas perticas uniunctim notae numerice ponuntur, et ultimo speciei signo notantur, nempe 315. et numerus sic exprimitur trecentae quindecim perticae q.
Probl. 13tium. Ex Ichnographia minori conficere maiorem Ichnographiam inrolato calculo, et computu mensurarum. Fig. 30.
Resolutio. Sumatur circino distantia unius decadis in scala minori Ichnographiae annexa v.g. ab A usque ad B. tum sic diducto circino, quaeratur quot passus circini in se contineat longitudo areae, in minori figura descriptae. Demum sumatur aliquod folium, in quo delineanda est Ichnographia in maiori figura, et diducto ita circino, ut tot passus circini fiant in assumpto folio, quot sunt in area in minori figura delineata, designetur sic aperto circino in linea recta ad latus folii assumpti unus passus pro describenda scala, ius una decas aliquando passum dictum debet. Describatur itaque scala geometrica (iuxta dicta superius) atque ex hac scala sumantur tot numero mensurae laterum, quot sunt in minori figura, et ope semicirculi, seu transportatoris inventis angulis sub iisdem angulis describantur latera in folio assumpto, habebitur in maiori figura delineata ichnographia.
Scholion. Ex his, quae hactenus sunt dicta quid sit delineatio mappae, et qua ratione fieri debeat facile intelligitur. Praeterea circa delineationem mappae haec sunt notanda. 1mo. Facta simplici delineatione mappae loca prae ceteris notatu digna signis aptis sunt distinguenda, cum in finem domus, villae molendina etc. delineantur in mappis.
2do. Situs plagarum mundi ope acus magneticae indicari debet eo modo, ut solet fieri in mappis generalibus geographicis.
3tio. In loco vacuo ad latus aliquod mappae describatur titulus, seu dominatio fundi, quem repraesentat mappa, addito anno, mense, et die, quo delineatus fuerat.
4to. Clavis mappae, seu index rerum in mappa delineatarum cum certis signis, seu literis alphabeticis apponatur.
5to. Scalae Geometricae subiiciatur linea recta, in qua designetur $\frac{1}{2}$ aut $\frac{1}{4}$ illius lineae, quae constituit mensuras geometricas etc.
Iisdem fere legibus continetur delineatio geographica Regnorum provinciarum etc. huius delineationis ut aliqua notitia habeatur, subiicio problemma sequens de mappis geographicis praesertim particularibus, prius tamen supponenda sunt aliqua scitu necessaria ex aliis Matheseos partibus. Itaque sciendum.
1mo. Quid sit Latitudo, et longitudo loci, quid Meridianus etc.
Latitudo est distantia loci ab aequatore, seu arcus meridiani inter locum datum et aequatorem interceptus.
Longitudo loci est arcus aequatoris inter meridianum loci dati, et meridianum interceptus.
Meridianus est circulus per polos telluris, et locum quem libet datum transiens, totque sunt meridiani quot diversa puncta in aequatore concipi possunt.

Primus Meridianus dicitur ille, à quo reliqui omnes meridiani numerantur ab occasu versus ortum, et quamvis libera sit geographis electio primi meridiani, communiter tamen ille assumitur, qui per insulam Ferri transit, quae una est Canariarum. 2do Quod omnes paralleli, qui in mundo ab æquatore versus utrumque polum concipi possunt, dividantur in 360 gradus, non secus ac ipse æquator; tamen gradus eorum minores sunt, quam æquatoris, ac proinde tanto pauciora milliaria competunt uni gradui, quanto minor est parallelus, seu quanto magis ab æquatore distat versus alterutrum polum, quia non est circulus maximus, qui [illegible] est æquator. Ut igitur inveniatur proportio graduum parallelorum ad gradus æquatoris milliaribus definita sequens analogia institui debet. Ut sinus totus ad cosinum distantiæ ab æquatore ita quantitas gradus unius in æquatore ad quantitatem gradus unius in parallelo. v.g. data distantia 52. paralleli P.P. ab æquatore [illegible] = 51° Unus gradus æquatoris = 15. mill: substitutis Logarithmis erit hæc proportio: 10.0000000: 9,7948718:: 1760013: x, et adhibita operatione ut solet, [illegible] dum numerus Logarithmi invenietur quartus terminus = 0,9740631. cui in tabulis respondent 944 seu $9\frac{44}{100}$ et reducendo decimales partes ad sexagesimales habebuntur 9 mill: et $\frac{26}{60}$. Vide fig. 31.

Hac ratione constructa est tabula sequens, in qua distantias singulorum graduum in milliaribus, et eorum scrupulis sexagesimalibus quantitas uniuscuiusque gradui respondens in parallelis exhibetur.

Tabula exhibens in mill: determinatam uniuscuiusque gradui parallelorum respondentem [illegible]

| Grad. | Milli. | Scrup. | Grad. | Milli. | Scrup. | Grad. | Milli. | Scrup. | Grad. | Milli. | Scrup. | Grad. | Milli. | Scrup. | Grad. | Milli. | Scrup. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0. | 15. | 0. | 16. | 14. | 25. | 32. | 12. | 43. | 48. | 10. | 2. | 64. | 6. | 34. | 80. | 2. | 36. |
| 1. | 14. | 59. | 17. | 14. | 21. | 33. | 12. | 35. | 49. | 9. | 50. | 65. | 6. | 20. | 81. | 2. | 26. |
| 2. | 14. | 59. | 18. | 14. | 16. | 34. | 12. | 26. | 50. | 9. | 38. | 66. | 6. | 6. | 82. | 2. | 5. |
| 3. | 14. | 58. | 19. | 14. | 11. | 35. | 12. | 17. | 51. | 9. | 26. | 67. | 5. | 52. | 83. | 1. | 50. |
| 4. | 14. | 57. | 20. | 14. | 6. | 36. | 12. | 8. | 52. | 9. | 14. | 68. | 5. | 38. | 84. | 1. | 34. |
| 5. | 14. | 56. | 21. | 14. | 0. | 37. | 11. | 59. | 53. | 9. | 2. | 69. | 5. | 23. | 85. | 1. | 18. |
| 6. | 14. | 55. | 22. | 13. | 54. | 38. | 11. | 49. | 54. | 8. | 49. | 70. | 5. | 8. | 86. | 1. | 3. |
| 7. | 14. | 53. | 23. | 13. | 48. | 39. | 11. | 39. | 55. | 8. | 36. | 71. | 4. | 53. | 87. | 0. | 47. |
| 8. | 14. | 51. | 24. | 13. | 42. | 40. | 11. | 29. | 56. | 8. | 23. | 72. | 4. | 38. | 88. | 0. | 31. |
| 9. | 14. | 48. | 25. | 13. | 30. | 41. | 11. | 19. | 57. | 8. | 10. | 73. | 4. | 23. | 89. | 0. | 16. |
| 10. | 14. | 46. | 26. | 13. | 29. | 42. | 11. | 9. | 58. | 7. | 57. | 74. | 4. | 8. | 90. | 0. | 0. |
| 11. | 14. | 43. | 27. | 13. | 22. | 43. | 11. | 58. | 59. | 7. | 44. | 75. | 3. | 53. | | | |
| 12. | 14. | 40. | 28. | 13. | 15. | 44. | 10. | 47. | 60. | 7. | 30. | 76. | 3. | 38. | | | |
| 13. | 14. | 37. | 29. | 13. | 7. | 45. | 10. | 36. | 61. | 7. | 16. | 77. | 3. | 23. | | | |
| 14. | 14. | 30. | 30. | 12. | 59. | 46. | 10. | 25. | 62. | 7. | 2. | 78. | 3. | 8. | | | |
| 15. | 14. | 29. | 31. | 12. | 51. | 47. | 10. | 14. | 63. | 6 | 48. | 79. | 2. | 52. | | | |

Sciendum 3tio. Cum gradus latitudinis sint gradus meridiani, seu circuli maximi telluris, qui sunt inter se æquales sunt, et quoniam ex perspectivæ legibus mappæ describi debeant lineis partim rectis, partim curvis, possunt tamen circuli cuiuslibet paralleli lineis rectis definiri, quemadmodum etiam ipsi meridiani pro linea recta assumuntur, præsertim cum aliqua particularis mappa delineanda sit, tum etiam divisio meridianorum, et parallelorum in partes æquales fieri potest. His notatis sit.

Probl. 11.

Probl. 14tum Tabulam geographicam construere, q. aliqm Provinciam, aut Regnum, v.g. Regnum Poloniae exhibeat. Fig. 32.

Resolutio. 1mo. Inquiratur q. sit longitudo et latitudo Poloniae, ut illius confinia possint exhiberi, unus alterve gradus longitudinis, et latitudinis utrinq. e addendus, sic pro delineanda Polonia longitudo assumitur 30°. et 52°. gr. latitudo vero 49½°. et 57. gr.

2do. ducta recta EF per medium mappae futurae, q. repraesentet meridianum medium inter duos extremos dividatur in tot partes aequales, quot graduum latitudo Poloniae, ipsi hi gradus in singula dena, quindena etc. scrupula dispescantur.

3tio. Per extrema puncta E. et F. ducantur duae perpendiculares AB. CD. quarum prima borealem, altera australem parallelum repraesentet.

4to. Parallelus CD. dividatur in tot partes, quot gradus longitudinis assumpti sunt v.g. in nostro casu in 22. alter parallelus AB. in totidem dividatur partes sed minores servata proportione, qua sunt unus parallelus ad alterum, quod ope tabulae superius ... definiri potest. Vide scholium 2do.

5to. Parallelorum AB. CD. puncta divisionum correspondentia connectantur inter se rectis, et puncto 40 meridiani EF aequentur recta priores intersecantes, habebitur parallelogrammum rectangulum AB CD. pro magnitudine mappae. Circa gradibus longitudinis et latitudinis numeri apponantur, et tituli plagarum cardinalium adscribantur.

7mo. Loca, quorum latitudo, et longitudo data in intersectionibus meridianorum, et parallelorum determinentur, caetera autem, quorum distantia ab inserendis et situs respectu plagarum mundi cognitus est illis addantur.

8vo. In fine adiiciatur scala milliarium intervallo unius gradus latitudinis in partes 15 aequales divisa, quae singulae si in 60 scrupula divisae contineant, eadem scala valebit pro determinanda quantitate graduum parallelorum iuxta tab.:

Corollarium Ex dictis patet quomodo ex una mappa iam delineata possit fieri alia cum aequalis, aut maior, minorve in quacunque proportione; nullo enim opus est, ut Meridiani et paralleli extremi mappae dividantur in tot partes, in quot meridiani et paralleli extremi mappae antiquae divisi sunt, atq. puncta divisionis correspondentia lineis rectis iungantur, tam in mappa nova, quam in mappa antiqua: puncta intersectionum dabunt loca delineata in una delineanda in altera.

Difficilius est locorum latitudines, multo magis longitudines determinare, quare mirum videri non debet, quod mappae geographicae, q. hactenus sunt delineatae plurimis erroribus laborent, nec aliter emendari possunt, nisi Astronomicis observationibus longitudine locorum magis determinentur, tabulae longitudinum et latitudinum satis multas exhibent geographi

quaere

qualem videre licet apud Riccio[li]um in Geogr. reform. l. 9. c. 4. fol. 3[..]. ex sequenti erit Ad delineandas mappas locor[um] longitudines, et latitudines [...] ex mappis recentius delineatis inveniuntur autem [...] in [...] longitudo et regula ad eum applicata [...] [...] in lateribus AB. CD. eundem gradum abscindat [...] [...] inveniuntur latitudo in lateribus [...] BD. [...] suffciat.
D[...] [...]um reductione Additione, Subtractione, Multiplicatione et Divisi[one]
Probl. 15tum Triangulum in aliud æqle transformare.
[...] seu transformatio arearum. Fig. 33.
[...] Resolutio: Per verticem B. dati trianguli ABC. du[catur] [...] indefinita BD basi AC parallela, et ex quovis puncto recta BL vg. E. ducantur rectæ ad A et C. erit triangulum AEC = ABC. Et enim sunt æqualibus basibus, et inter easdem parallelas constructa. Vide in Auth. pag. 147. n[r]o 593.
Si triangulum transmutandum in aliud (Fig. 34) fuerit æquilaterum potent. hac ratione transformari: nempe: Demittatur ex vertice triang. dati perpendicularis AD, et fiat DE = BC. erit triang. rectan. AED = ABC. Nam utriusque trianguli altitudo et basis sunt æquales.
Probl. 16tum Datum triang. transformare in Parallelogrammum rectangulum, vel non rectangulum. Fig. 35.
Resolutio Fiat parallelogrammum BEDC. ita ut latus DC. vel BE sit = $\frac{1}{2}$ baseos trianguli dati, et altitudo sit eadem, quod si trianguli erit parallelogrammum rect: si recta BD bifariam secans basim fuerit perpendicularis ad basim.
Probl. 17. Dato triangulo æqle quadratum construere.
Resolutio inter altitudinem et $\frac{1}{2}$ baseos dati triang. quæratur media proportionalis, super inventa construatur quadratum erit hoc = triang. invenitur autem media proportionalis vel in lineis per probl. 2. pag.
vel in n[ume]ris multiplicando nempe unum n[umer]um per alterum latorum duorum laterum, et ex facto extrahendo radicem quadratam, hæc erit n[umer]us q[uæsi]tus lateris quadr.
Coroll. Simili operandum cum ex Parallelogrammo formatur quadratum ipsi parallelogrammo æqle, [...] quod [...] inter $\frac{1}{2}$ et altitudinem, [...] inter totam basim, et altitudinem quæritur media proportionalis.
Probl. 18vum. Datis Quadrato, Parallelogrammo, Rhombo æquale triangulum construere Fig. 36. 37. 38.
Resolutio Producatur basis CB. et fiat BE = CB ducantur rectæ ex A ad C, et E. et satisfiet problemmati ut patet ex figuris.
Polygonum quodvis quomodo reduci debeat ad triang. Vide in Auth. pag 149. n° 605.
Probl. 19num: Polygonum quodvis reducere ad quadratum vel Parallelogrammum æqle polygono dato
Resolutio. Reducatur ad triang. ut nunc legisti, triangulum vero per probl. 17. transformetur in quadratum vel Parallelogrammum.
Probl. 20. Data triangula simul addere, ut suma sit triang. dato æqle Fig. 39.

Resolutio

Resolutio. Si triangula addenda sint eiusdem altitudinis ut. AMB. BKC. COD. DPE. sumantur bases omnium 3ang. AB. BC. CD. DE. et componantur in unam lineam rectam AE. sup basi AE. ad eandem altitudinem construatur 3angulum ANE. et erit hoc aequale omnibus datis. Fig. 39.

Si 3ang. data fuerint diversae altitudinis prius transformari debent in triangula eiusdem altitudinis, demumque in unum addi. Vide sch. probl. 24ti.

Probl. 21mum. Data quaecunque polygona simul addere, ut summa sit triangulum datis polygonis aequale.

Resolutio. Reducantur polygona ad totidem triangula aequalis altitudinis, et ex his fiat unum triangulum per probl. 20.

Coroll. Quoniam omnes figurae rectilineae reduci possunt ad 3ang. illis aequale, et 3angulum transformari in quadratum, parallelogramm. per se patet quomodo figurae rectilineae quaecunque addi sibi debeant, ut summa earundem sit quadratum vel Parallelogrammum.

Probl. 22. Datis quotcunque figuris similibus, invenire unam aequalem omnium summae, et ipsis similem. Fig. 40.

Resolutio. sint vg. duo quadrata ABDE. ACLF. quibus 3tium aequale construi debeat. Sumantur ex datis quadratis duo latera AB. et AC. et constituantur sub angulum rectum BAC, ducatur hypotenusa CB. erit recta CB latus quaesiti tertii quadrati CBHE. aequalis duobus datis quadratis.

Si 3tium quadratum addi opporteat, ab extremitate hypothenusae B. erigatur perpendicularis BD = lateri 3tii quadrati ducaturque hypothenusa DC. haec erit latus quadrati aequalis tribus datis quadratis, et sic deinceps, si alia quadrata essent.

Coroll. quod dictum est de quadratis, idem intelligi debet de omnium fig. additione, sic vg. si circulus quaereretur aequalis cunctis circulis, assumuntur radii eorum vel Diam.

Probl. 23. Parallelogrammum et quadratum sibi addere. Fig. 41.

Resolutio: Sint vg. addenda sibi rectangula ABCD et EFGD. iungatur altitudo altitudini in ED, et basis basi in DG. producatur GF. in f. donec fG fiat aequalis DB. altitudini nempe alterius rectanguli ABCD. ducatur diagonalis fD. et per punctum intersectionis K ducatur LM. parallela BD. habebitur ALM = ABCD + EFDG.

Probl. 24. Subtractio arearum. Datum 3ang. abd subtrahere a 3ang. ABC. Fig. 42.

Resolutio. Si data 3angula sint eiusdem altitudinis transferatur basis bd in BC. et punctum ducatur recta AD erit residuum ABD. si non eiusdem, reducantur ad eandem.

Scholium. Ut fiat reductio 3anguli ad datam altitudinem dimo. sumatur punctum in latere 3anguli etiam producto, si opus fuerit ex quo demissa perpendicularis ad basim possit esse = altitudini ad quam reducitur 3angulum, sic vg. ut reducatur 3angulum ABC. ad altitudinem minorem, quae sit altitudo dati 3anguli BAC. in latere 3anguli BA. assumitur punctum D. Fig. 43.

Si vero sit ad maiorem altitudinem sumitur punctum D in latere BA. producto. Vide Fig. 44.

Delos

2do. à Puncto D. ad angulum appti C. ducatur recta DC. et à vertice A ducatur parallela AE. quae basi BC. ductae, si fuerit necesse occurrat in E ut in fig. 43.

3tio Ducatur recta DE. erit 3angulum BAC = 3angulo BDE. ad datam altitudinem constructo, nam duo 3angula DAC. DEC. utpote sup eadem basi DC. et inter parallelas AE et BC. sunt aequalia, quae si addantur pet in fig 43, subtrahantur à 3angulo BDC. ut in fig. 44. Duo 3angula BAC. BDE quae inde oriuntur, erunt aequalia.

Prob. 25tum. Subtrahere quadratum abcd ex rectangulo ABCD Fig. 45.

Resolutio Ponatur quadratum abcd intra rectangulum ABCD, ita ut altitudo altitudini et basis basi conjungatur, producatur ab in e donec basi CD sit aequale, Ducatur diagonalis eC. et per punctum intersectionis s agatur bd parallela ad BD. erit ABCD − abcd = ABFG.

Coroll. Cum 3angula, et quaevis polygona possint reduci ad quadrata et parallelogramma inter quasvis figuras, inter quasvis figuras subtractio institui potest dummodo prius reducantur ad quadrata et parallelograma per supius dicta.

Probl. 26. Figuram similem ab altera simili subtrahere ita, ut residuum sit figura similis duabus primis. Fig. 46.

Resolutio. Quoniam F = D + E ut constat ex Geom. Theorica, erit tam F − E = D et F − D = E. itaque duarum figurarum, quarum minor à maiore subtrahenda est determinentur latera homologa, fiatque 3angulum rectangulum abc, cuius hypotenusa AC sit latus figurae maioris et alterutrum ex duobus lateribus anguli recti, puta AB. sit homologum latus minoris figurae subtrahendae. tum latus BC. 3anguli rectanguli erit homologum latus figurae similis, quae duarum datarum sit differentia.

Coroll. Si circuli essent invicem subtrahendi assumantur eorum radij, vel diametri pro lineis homologis.

Probl. 27. Datum 3angulum, per quamlibet numerum multiplicare, hoc est invenire 3ang. v.g. duplum, triplum etc., dati 3ang. AFB. Fig. 47.

Resolutio. Producatur AB. in D, ducaturque recta ex F ad D erit 3angulum AFD triplum dati 3anguli AFB. ob aequales bases ad eandem altitudinem

Aliter. Quaeratur inter dati 3anguli basim AB. et eius triplum BD. media proportionalis, et sup inventa construatur 3angulum b. aequalibus BEC. erit hoc triplum 3anguli AFB. et simile ipsi.

Haec Methodus est universalior et priori praefertur, quia hac non modo construuntur 3angula multipla, aliorum in quacunque data ratione, verum eam similia fiunt datis.

Coroll. Quod dictum est de 3angulis, idem intelligi debet de quibusaunque figuris in data ratione augendis. omnes enim figurae reduci possunt ad 3angulum, et è contra. Fig. 48.

Pro Polygonis tamen irregularibus potius sup media proportionali inter

latera

latera duo homologa. aut intr scalæ inventa, scala construatur, et iuxta data v assumpta prioris scalæ latera figura describatur. sic vg si intr AB. latus scalæ et eius duplum BC. inveniatur ÷ sup qua constituatur scala polygonum ex hac scala constructum. iuxta data v assumpta prioris scalæ AB. lata, habebitur polygonum duplum prioris etc. Fig. 55.

Probl. 28. Triangulum ABC. in quotlibet ptes vg 3. dividere p lineas rectas à dato angulo C. ductas Fig. 49.

Resolutio: Latus oppositum angulo C. dividatur in 3. ptes æquales. et ab angulo dato C. ad singula divisionum puncta ducantur rectæ CD. CE. hæ divident triangulum ACB. in tres ptes æquales.

Aliter. Quoniam cum omnes lineæ ab eodem ducantur angulo segmenta fiunt aliqndo nimis arcta, qd incommodu e agrorum in dimensione, ideo divisio commodius institui pt hoc modo: Sit vg Triangulum ABC. dividendum in 5. ptes. 1mo. Sumatur ex utrolibet maiorum laterum, nempe ex latere BC. pars quinta BD, et ducatur recta AD. habebitur pars $\frac{1}{5}$. 2do. Ex latere AC. incipiatur pars quarta AG. et ducta DG. determinabit alteram ptem 5tam. 3tio. Ex latere DC. sumatur pars 3tia DF. et ducatur recta FG. habebitur tertia quinta pars. Eodem modo reliquæ partes determinantur. Fig. 50.

Probl. 29. Triangulum ABC. in quotlibet ptes æqles dividere vg 3. p lineas à puncto dato sup uno latere. Fig. 51.

Resolutio. Dividatur latus AB. in 3. ptes æqles in punctis E. et F. iungaturq punctum datum D. cum vertice C. recta CD. ducantur parallelæ p divisionum puncta E. et F. nempe EG. et FG. rectæ GD. HD. datum triangulum trifariam divident.

Demonstratio. Duo triangula GEC. GED. et æqualia, utpote sup æqli basi GE. et intra parallelas GE. CD constructi. ergo addendo utriq GAE. erit $ACE = AGD$. d $ACE = \frac{1}{3} ABC$. p probl. 28. Ergo ea $AGD = \frac{1}{3} ACB$, sic ultra.

Probl. 30. Dividere Triangulu ABC. in ptes qtcunq æqles p parallelas. Fig. 52.

Resolutio: Dividatur latus aliqd 3anguli vg AB. in ptes petitas, puta 4. in punctis def, tum intr Ad, et AB. atq intr Af. et AB qrantur ÷ ÷, et inventæ applicentur basi parallelé in DE: FG. HI. erit 3angulum $ADE = DEFG = FGHI = AICB = \frac{1}{4} CAB$.

Coroll. Si in 3ang. CAB. ponatur radius circuli AB. p altitudine, et peripheria pro basi CB. erit 3angulum CAB = circulo, cuius radius e AB. et periphia CB.

Probl. 31. In area 3anguli ABC. invenire punctum H ex quo dividi possit in quotcunq ptes æqles vg 4.. Fig. 53.

Resolutio: Lateris AC. sumatur pars quarta AD. et similitr lateris AB incipiatur pars quarta AE. tum à puncto D. et E ducantur parallelæ DF. EG. ad latera AB. AC. punctum communis intersectionis erit H. ad hoc enim ductis rectis AH. CH. BH. erit 3angulu $AHC = \frac{1}{4} ACB$. et $AHB = \frac{1}{4} ACB$.

$\frac{1}{4}$ ACB. iam vero CAEB e $\frac{1}{2}$ ACB. si itaq. p rectam AI. dividatur bifariam habebitur quod quaerebatur.

Probl. 32. Dividere 3angulũ in ptes inaequales secundum quamcunq. datam proporõnem p lineas ab uno eodemq. angulo ductas. Fig. 54.

Resolutio. Sit campus Triangularis ABC. 600. perticas quadratas continens dividendus int. 4. ita vg ut 1mus habeat pticas quadratas 200. 2dus 150. 3tius 130. quartus 120. et omnes lineae divisionum debent egredi ab angulo oppto ~~angulo~~ lateri BC. Itaq. mensuret. latus BC. et inveniatur vg eẽ 50. pticar simplicium, inventus n̄rus 50: dividat. secundum proportionem datam in 4. ptes, qd fit p reg. trium quater, aut saltem ter repetitam, nempe: ptica quadratae 600. dant in latere BC. pticas simplices 50. qd dant 200? qd 150? quid 130? quid 120? invenient. pro prima pte in dicto late BC. ptica simplices $16\frac{2}{3}$ pro 2da pte $12\frac{1}{2}$ pro 3tia $10\frac{5}{6}$ pro quarta 10. ptes inventae abscindant. in BC. in punctis FED. et ex ang. oppto ducant. recta ad puncta inventa, erit area 3anguli divisa, ut petebatur. Nam cum oã 3angula sint eiusdem altitudinis st in eadem raone, in qua st bases eorundem, ? bases BD. DE. EF. FC. st in data proportione, ergo etc.

Probl. 33. Dividere aream 3anguli in ptes inaeqles p lineas ex diversis punctis ductas. Fig. 56.

Resolutio. Sit area 3anguli ABC. in ea raone dividenda, ut in probl. pcedente. 1mo. In late BC. resecat. ptica $16\frac{2}{3}$. usq. ad D. ductaq. recta AD. erit area 3anguli BAD = 200. pticis quadr. 2do. mensuretur latus AC. sitq. vg. 40. pticar sitq. residuũ 400. pticis quadr. 3anguli ADC respondent in late AC. 40. pticae 150. pticis quadr. quot perticae simp. respondent in eodem AC. et facta opaõne invenient. 15. resecant. ergo 15. ptica ab A. usq. ad E. et ducta DE. determinabit 3angulum ADE 150 pticar quadr. eritq. residuũ DEC = 250. pticis quadr. Quia vero ex BC. 50. abscidisti $16\frac{2}{3}$ erit residuum DC = $33\frac{1}{3}$. 130 ptis. quadr. qt habebit in eodem latere DC. invenies $17\frac{2}{3}$. quas si abscindas in F erit area 3anguli DEF = 130. pert. quadr. residuum vero FEC = 120.

Probl. 34. Parallelogrammum ABCD in qtlibet ptes aeqles dividere p lineas uni lati parallelas. Fig. 57.

Resolutio. Dividat. latus AB. in quotlibet ptes aeqles et a punctis divisionu excitent. parallelae lati AD. Per diagonales ex quovis angulo ductas pt divid. parallelogrammum in 4. 3angula prosceliã, q. in plures alias ? dividi pnt.

Probl. 35. Dividere parallelogrammum ABCD in quotlibet ptes aeqles p lineas ab angulo C. ductas. Fig. 58.

Resolutio. Ducat. diagonalis CA. q. parallelogrammum in duo 3angula aequalia ACD. ACB. dividet. Haec dividant. in qt libuerit ptes vg 3. p probl. 28. habebit. parallelogrammũ divisũ in ptes 6. aeqles.

Coroll.

Coroll. Si demantur et diag. AC. et ducte rectæ CF. CH perspicuum ē divisum in parallelogram̄ in 3. ptes æqles. nempe in HCD. CG. GCE. ECB.

Probl. 36. Ex dato sup uno late puncto E. dividere parallelogrammum in 3. ptes æquales. Fig. 59.

Resolutio. Latus AB. trifariam dividatur in punctis F. et G. p puncta F et G. ductas parallelas FH. GI. divide bifariam in punctis K. et L. tum ex dato pū̄cto E. ducantur recte EM. EN. habebuntur parallelogrammi 3 ptes æquales: AD. MC. MEN. NCEB.

Demonstratio. Triangula EFK. MHK. sunt æqlia ut patet, q si si separatim addantur eidem pentagono AFKMD. Fiet trapezoides AEMD = parallelogrammo. AFHD. hoc ē 3tiæ pti eiusdem parallelogrammi ABCD. eodē modo ultra.

Coroll. Si recta CB. (Fig. 60) est ⅓. latis AB. ducatur CF parallela lateri AD. et diag. CD. erit parallelogrammū ABCD. divisū in 3 ptes æqles. nempe in ADC. DCF. et FCB.

Probl. 37. Dividere trapezium parallelarum basiū in qtaīq ptes æqles vg 3. Fig. 61.

Resolutio: Dividantur duo latera parallela AB. et CD singula in 3. æqles partes, in punctis EF. GH. et puncta divisionum iungantur lineis EG. FH. erunt 3. ptes æqles AEGD. EFHG. FBCH. Nam ductis diagonalibus AG. EH. FC. manifestum ē 3angula ex quibus trapezium componitur ēē æqlia, utpote int eadem parallelas, et sup æqlibus basibus constructa.

Probl. 38. Dividere trapezium ABCD. bifariā p rectā ab ang. D ductā. Fig. 62.

Resoluō: Latus AB. angulo dato adiacens parallelum lateri opposito CD. iungatur CD. quæ producta occurrat in F. Alteri lat. BC. parit producto. Dein recta BF. secetur bifariā in G. ducatq AG. hæc bifariā dividet datū Trapezium.

Demonstraō: Triangula AFC. ABC. st æqlia ut pote intra duas parallelas CF. et AC. et sup eadē basi AC. constructa. Hinc ablato communi 3angulo AFC. erit 3ang AFD = FHC. et AFD + ABCF = ABCD. et FH. ∴ ABCD = ABCD = ABF. ∴ ABF p lineam AG. dividetur bifariam (p probl. 27) ergo etiam ABCD eadem recta AG. dividetur bifariam.

Probl. 39. Trapezium ABCD dividere bifariam p ductam à dato puncto E super basi eiusdem. Fig. 63.

Resolutio Sup basi AB. parallela DC. producta, si opus fuerit accipiatur EF = EB. ducatq a puncto A recta AG. parallela rectæ FD. Dein recta GC. secetur bifariam in puncto H, à quo ducta recta HE problema resolvit.

Demonstraō. Ductis rectis EG. FG. EC. erit 3ang. ADG = AFG. ut pote intra easdem parallelas et sup eadem basi constructa. Hinc ablato communi 3angulo AIG. erit 3ang. AIF = DIG. et addito utriq Trapezio AIGE. habebitur trapezium ADGE = EGF = ECB. ob æqles basis EF. EB. et quia 3ang. GEH = HEC. ob æqles bases GH. HC. igitur Trapezium AEHD = BEHC.

Probl. 40. Dividere bifariam trapeziū ABCD p rectam à dato angulo D. ductam. Fig. 64.

Resolutio

48.
Resolutio Diagonalis C. opposita angulo dato D secetur bifariam in E. Ducaturq EF. parallela alteri diag. BD. ducta DF dividet Trapezium bifar.
Demonstratio Ob AE = EC. e triang. EDA = EDC. et EBA = EBC.
Ex. eam duo Trapezii ADEB. CDEB. et parit inter eqlia: I. ADEB = ADF
et CDEB = B.DF. Nam duo triang. DFE. BFE. et inter se eqlia uti constabit,
si triang. DFB auferatur à duobus triang. inter se eqlibus ppt parallelas BD.EF.
à triang. nempe DEB. DFB. igitur triang. ADF erit = Trapezio BCDF.
Coroll. Ex eadem Fig. patet, qua ratione Trap. dividi possit bifariam p
duas rectas a duobus ang. datis D.B. ductas. Nam si diag. AC. secetur
bifariam in E et ducantur EB. ED. satisfiet problemati.
Probl. 41. Trapezium non parallel basium dividere bifariam, ex dato puncto
E. sup uno latere vg AB. Fig. 65.
Resolutio. Ducatur Trapezium ABCD. ad triang. ADF. dividatur bifariam
basis AF. in puncto G. ducaturq DG. erit triang. ADG = $\frac{1}{2}$ ADF = $\frac{1}{2}$ ABCD
Deinde à puncto G. ducatur recta GH parall. rectae DE. et jungatur EH. Haec dividet bifariam Trapezium ABCD. Demonstratio patet ex dictis
Probl. 42. Trap. ABCD. dividere vg. in 3 partes eqles ex datis duobus punctis E et F. super uno latere. Fig. 66.
Resolutio. Reducatur Trap. ad triang. ADS. Idem triang. dividatur in 3. partes eqles p prob. 36. in punctis H. et I. ex punctis datis in latere E et F.
ducantur rectae ad D. demq à puncto H. ducatur parall. rectae ED et à
puncto I. recta IL. parall. rectae DF. Itaq rectae EK. LF. divident
Trap. in 3. partes eqles nempe in: ADKE. EKLF. FLBC.
Demonstr. Triang. HDK = HEK utpote inter duas parall. quare si ab utroq auferatur commune triang. HOK superit triang. DOK = EOH. addatur utriq Trap. AEOD fiet AEKD = ADH. h.e. tertiae parti Trap. ABCD.
Eodem modo demonstrabitur Trap. AFLD. eqle triang. ADI. h.e. duabus
tertiis partibus Trap. ABCD. Hinc facile infertur Trap. qdlibet EKLF. FLCB.
esse tertiam partem dati Trapezii ABCD.
Probl. 43. Dividere polygonum ABCDE. in 3. partes eqles p rectas ductas
ab angulo D. Fig. 67.
Resolutio Reducatur polygonum datum ad triang. FDG. ita ut vertex triang.
sit D. Trianguli basis FG. in 3. partes eqles dividatur in punctis H et I. Deniq
ex punctis divisionum ducantur rectae HD. ID. habebitur pentagonum divisum
in 3. partes eqles nempe: EDHA. HDI. et IDCB.
B. De reductione polyg. ad triang. in Authore pag. 149. nro 605
Coroll. Fig. 68. Eodem modo in plures partes polygona dividi pont. qdsi
tn aliquod punctu divisionis caderet extra latus AB. reducendum erit
triang. ad Trap. sit vg. Pentagonu ABCDE. dividendu in 4. partes eqles.
1mo Transformetur in triang. FDG. 2. basis FG. dividatur in 4. partes. 3.o quia
punctu H cadit extra latus AB. igitur reducatur triang. HDI. ad Trap. ALDI.
ducta

iucta nimirũ 3ta. parall. ad rectã AB. erũt 4. ptes. æqles: BDL. LDAJ. JDK. KDC3

Probl. 44tum. Inventa trapezij area dividere illud in æqles ptes. Fig. 69.

Resolutio. Inventa area trap. dividatr bifariam sit vg. area totã Trap. AB 3 = 60. erit 60/2 = 30. dimidia pars (nempe 30) comparetr cum 3angulo maiore ADC = 40. et diffra dimidiã areã et 3ang. maius in nostro casu in assumpto exemplo erit 40 − 30 = 10. Demũ hæc diffrã habeatr pro area 3anguli, cuius basis e. A. itaq ex area et basi cognita invematr altitudo eiusdem es, q obtinetr dividendo diffram p ½ basis, inventa altitudo in xta normam sup basi ppe anguli altũ tum A v. ? erigatr ducatq recta AP. erit 3angulũ AeP = diffrẽ nempe 10. hæc ergo subtracta à maiore 3ang. A ? et addita minori 3angulo ADB. efficiet ut linea ea dividet Trap. in 2 ptes æqles.

Probl. 45. Figuram rectilineam qmcunq AB. … in ptes æqles vg 3. dividere. Fig. 70.

Resolutio. Area figuræ inventa dividatr in tot ptes (in 3) in qt dividi debet. 2do. Area unius ptis ultius dividatr bifariam. 3tio. Area 3anguli ACD. subtracta à pte 3tia et residuum dividatr p ½ AD. erit quotus JQ. altitudo 3anguli ADJ. priori 3angulo ACD addendi, ut ACDJ. sit pars 3tia figuræ. 4to. Quare intvallo huius altitudinis ducatr pJ. parallela ipsi AD. ut habeatr in latere AB. punctũ J. ex quo si ducatr recta DJ. erit ACDJ. 3tia pars figuræ. 5to. Pars 3tia dimidia sive 6ta totius figuræ dividatr p ½ DJ. erit quotus NK. altitudo 3anguli DJKJ. 6tam figuræ ptem constituentis. 6to. intvallo igitr huius altitudinis agatr ipsi JD. parallela ut habeatr punctum K. 7mo. Dividatr eam dimidia pars 3tia figuræ p ½ DK. Ut habeatur Lo. altitudo 3anguli KLD. 6tam itidem ptem figuræ constituentis. 8vo. Quare huius intvallo denuo ducatr ipsi KD parallela ut punct. L determinetur. Ducaturq recta KL. quæ ptem figuræ 3tiam nempe: KJDL. resecabit, et sic deinceps, si figura in plures ptes qm 3 dividenda esset.

Aliter idem problemma sic pt solvi 1mo. Quaratr area totius figuræ atq eidem 3angulũ v parallelogrammũ æquale 'struatr. 2do. 3ang. E v parallelogrammũ in ptes petitas dividatr. 3tio. 3angula v parallelogramma singula prout v. spatiũ tulerit, v in alia sibi æqlia commutata in data figuræ area constituatr.

Scholium. Si in resolutione 1ma contigent ACD eẽ maius 3tia pte ipsam ptem tertiam à 3angulo subtrahi necẽe e et residuũ si dividatr p ½ AD. erit quotus altitudo 3anguli ab ipso 3angulo DCA auferendi.

Schol. 2. Ubi in charta divisio absoluta in campo puncta JKL. e qntitem rectarum AJ. JK. et DL. facile determinantur.

Probl. 46. Habita area Parallelogrammi dividere illud in aliquot ptes vg 3. secundum raonem datam 3.4.5. Fig. 71.

Resolutio. Sit area parallelogrammi AB.D = 10800ptias = 12. chordis, sitq dividenda in 3 ptes ita ut prima pars habeat 5. Chordas, 2da. 4. 3tia. 3. mensurentr lata oppta AB. D. sit vg. unumqdq latus = 192. ptiis.

Itaq dividatr latus secundum raonem datam 5.4.3. utendo ter aut bis saltem regula aurea sic: si 12. dant 192. qd dant 5. qd 4. qd 3. Facta opaone invenientur

venient 40 64. 44. ptes. Inventæ ptica transferant in utrumq latus AB & BC: nempe: 40. ex D in C. 64. ex C in F 44. ex F in C. ductæ rectæ per puncta divisionum CG. FH. dividunt parallelogrammum in ratione proposita. Si, altitudo latus parallelogrammi v.g. CD esset minus quam AB. v.g. 100 pticarum tantum pro latere per regula aurea aliter adhiberi deberet.. 2dus enim terminus 100. (n° 192) esset. hinc patet quomodo trapezia parallelorum laterum dividi debeant in partes inæquales secundum datam rationem, cognita prius ipsorum area.

Divisio arearum 1mo. fieri debet in charta, tandem in campo per quantitatem rectarum determinatur.

## De Mensura Solidorum.

Probl. 1mum. Acervum frumenti metiri..

Resolutio. 1. Curandum ut acervus ubique habeat altitudinem perpendicularem et basis ipsius in figuram rectangularem componatur. 2do. Assumatur scala in minutas partes divisa v.g. ulna aut pes in digitos et lineas divisus et mensuretur longitudo et latitudo utriusque baseos (solent enim grana lubrica dum coacervantur basim inferiorem ampliorem reddere superiore) Multiplicata longitudine ut latitudine habebitur area baseos utriusque.

3tio Ex summa utriusque areæ sumatur pars dimidia, hæc erit basis media seu æquata. 4to. Mensuretur porro profunditas frumenti, et per basim æquatam multiplicetur. factum dabit soliditatem acervi, particulis cubicis scalæ adhibitæ definitam. 5to. eadem scala mensuretur modij cylindrici diameter et altitudo, soliditas illius determinetur per numerum 709. 6ta. Soliditas acervi per soliditatem modij dividatur quotiens indicabit quot modios frumentum coacervatum capiat.

Scholion. Si frumentum mensurandum esset in vase aliquo regulari v.g. in Beczkach, Lasichach etc. vasorum gratia soliditas iuxta dicta in Authore, reliqua fiant ut immediate n° 4. 5. 6to..

Probl. 2dum. Struem lignorum metiri.

Resolutio. Quoniam Strues lignorum in formam prismatis rectanguli componi solet nihilo est opus, quam ut adhibita orgya basis et altitudo inveniatur, factum dabit orgyarum numerum. Quodsi plures lignorum series similes post anteriorem parte sint per harum numerum Orgyæ repertæ multiplicentur et habebitur totius acervi soliditas.

Probl. 3tium. Construere virgulam, seu baculum cylindrimetricum, cuius ope numerus mensurarum fluidi alicuius facile invenitur (Fig. 73:

Resolutio. Eligatur primo pro mensura cylindrus aliquis exiguus (Fig. 72) satius autem est assumere talem qui maiorem habeat diametrum quam altitudinem. 2do. Super tabula longiore ducatur linea AC eidemque ad ang. rectum iungatur linea AB = diametro ab mensura, seu cylindri assumpti. 3tio Eadem diameter AB. aliquoties in lineam AC transferatur et divisionibus adscribantur numeri quadrati 1. 4. 9. 16. 25. etc 4to. Hypoth. B. 1. circino assumpta ex A transferatur in 2. et B 2 ex A in 3. item B3. fiat = B 4. et sic deinceps. Sit B1. diameter

basis,

vasis, qd duas mensuras capit B2. erit diam. vasis 3 mensuras capientis, et eiusdē altitudinis cum vase, qd primū unam capit B3. erit diam. 4 mensuras capiens. Ita Linea AC ita divisa applicetr baculus et in altū eius latus singulæ hæ divisiones transferuntr in altū veri altitudo assumpta mensura ad.

Demonstrāo. Cylindri eandē altitudinē habentes st int. se ut quadrata diametror. c.ᵒ quadratū diametri vasis duas, tres, quatuor etc. mensuras capientis ē duplū, 3plū, quadruplū etc. quadrati diametri illius vasis qd unā mensurā capit. Constat autem quadratū hypothenusæ eē = summæ quadr. Cathet. seu $B1^2 = AB^2 + A1^2$. et quia AB = A1 p. cstr. Igitr erit $B1^2 = A2^2$ duplū quadrati AB. similit. quadr. B2 erit 3plū quadrati AB et sic deinceps. Quodsi itaq. hæ divisiones, nē A1. A2. A3. etc. ad diam. vasis mensurandi applicentr illico cstabit. qd mensuras capiat vas cylindricū eandem altitudinem habens cū assumpto vase minorem abde. Quare si eām latus virgulæ DC de in quo altitudines a supra mensura inscriptæ st applicetr ad altitudinem vasis maioris, et inventus nrus altitudinis multiplicatr p. diametrum inventam, factum dabit nrum mensurar. capacittē vasis dati adimplentium.

Probl. 4. Invenire soliditt. dolij, seu ē qt mensuras coliū capiat. Fig. 74.

Resolutio Applicatata virga exploretr diam. dolij, media GH et extrema AB. Deinde cum doliū doliū pro cylindro habeatr, cuius bases intr fundū et ventrē dolij æqui differens intr AB. et GH. Demiq. mensuretr altō virgæ latē, in quo altitudines assumptæ mensurē st decimatæ, longitudo dolij AC. et hæc multiplicetr p basim æquatā factū erit nrū mensurar. quas capit dolium, sit vg. AB = 8. GH = 12., AC = 15. erit $AC \times \frac{AB + GH}{2} = 15 \times \frac{8+12}{2} = 150.$

Demonstrāo patet ex constructione virgæ.

Scholium. Quodsi contingat fundū dolij nō eē pfectè circularē, et unā diam. eē altā maiorem, necesse erit utramq. diametrū metiri, et earū semisummam p diam. pfectè circularis tunc assumerē.

Probl. 5. Construere virgam arithmeticā cuius ope determinatr qntitas fluidi in dolijs non plenis.

Resolūo. 1mo. Assumatr aliqd doliū aquâ plenū capacittis iam determinatæ et mensurar. quas capit, nrus dividatr vg. p 20. vl aliū nrū minorē aut maiorē prout dolij capacittem in ptes maiores vl minores dividi commodiū visū fuerit. 2do. Dolio ad libellā collocato virga seu baculus p orificium (Fig. 74. intrudatr donec fundum A attingat. 3tio. Ea qntitte aquæ ex dolio emissa, qr nro mensurar. p divisionē obtento respondet, notetr in virga decrementū altitudinis in fluido, qd exprimit totius capacittis partē 20mā; eodem modo notetr decrementū altitudinis reliquis ptibus omnis qntittis fluidi in dolio contenti respondens.

4to. In virā

In una virgulæ facie notetur decrementorum intervalla, altera facies dividatur in plusquam quinquaginta minores inter se æquales ultra 20mam intervalla continuendas usque in 200. etc. habebitur virga Pithometrica.
Prob. 6. Determinare quantitatem fluidi in dolio non pleno, Fig. 74.
Resolutio. 1mo. Dati dolii inventa capacitate per probl. 4. dolioque ita collocato, ut axis eius sit horizonti parallelus virga per probl. præcedens parata intrudatur in dolium per orificium G. donec fundum in H attingat, 2do. eximatur virga, et notetur quot partes in facie aequalium fluido sint madidæ. 3tio. Instituatur sequens proportio. Ut numerus partium æqualium altitudini totius dolii respondentium, ad ita numerum earundem partium quæ intervallo scrupulorum vigesimorum congruunt, ad 4tum numerum inveniendum. 4to. Capiatur circino intervallum tot partium æqualium in virga quot numerus inventus exprimit, et transferatur in scalam scrupulorum vigesimorum virgæ notetque eorum numerus, qui ipsi congruunt. 5to. per hunc numerum dividatur mensurarum numerus, quas integrum dolium capiat, quotus erit numerus mensurarum quæsitus. Sit v. g. numerus partium æqualium altitudini LH correspondens = 58. numerus partium æqualium profunditati totius dolii conveniens = 160. numerus partium æqualium, quæ integro scrupulorum intervallo congruunt = 120. Capacitas dolii totius = 128. erit analogia in numeris 160 : 58 :: 120 : x = $43\frac{1}{2}$. Ponamus partibus $43\frac{1}{2}$ æqualibus in scala respondere scrupulorum 20morum $\frac{4}{20}$. seu $\frac{1}{5}$ quodsi itaque 128. dividatur per 5. id est $\frac{1}{5}$. habebitur $128 = 25\frac{3}{5}$. numerus mensurarum fluidi in dolio contenti.
Schol. Ut quantitas fluidi in doliis non plenis accurate determinaretur, necesse est eiusmodi dolia esse similia illi dolio, quod assumptum est ad constructionem virgæ pithometricæ.
Probl. 7. Vas cylindricum in parallelepipedum æquale et eiusdem altitudinis convertere, et vicissim.
Resolutio. Cylindrici basi construatur basis quadrata per numerum 603. et super hac basi erigantur ad ang. rectos plana lateralia eiusdem altitudinis cum dato vase cylindrico. Simili ratione fiet vas ex parallepipedo, si basis parallelopipedi mutetur in basim cylindricam.
Prob. 8. Dato cylindro construere eiusdem altitudinis conum æqualem, et e converso.
Resolutio. Dati cylindri basis triplicetur et super basi triplicata construatur conus ad altitudinem cylindri. Si contra vero si conus in æqualem et eiusdem altitudinis cylindrum commutari debeat minuatur basis coni dati sub ratione tripla, et super imminuta basi erigatur cylinder ad altitudinem dati coni. Idem faciendum si prisma in pyramidem, et e contra immutandum erit. Ratio huius patet ex Theor. 2. numero 710.
Prob. 9. Datum cylindrum vel conum cuiuscunque altitudinis ad æqualem cylindrum vel conum, sub alia quacunque data altitudine reducere.
Resolutio. In ea ratione, quam data altitudo habet ad altitudinem propositi solidi augeatur vel minuatur basis eiusdem solidi, tum denique super hanc basim auctam vel imminutam construatur cylinder vel conus secundum datam altitudinem, habebitur quod petebatur. Ratio est, quia altitudines cum basibus reciprocæ sunt.
Probl. 10mum. Dato parallelopipedo æqualem cubum construere.
Resolutio. Si parallelopipedum habeat basim quadratam, quærantur duæ mediæ proportionales inter parallelopipedi dati altitudinem, et latus baseos, atque ex illa mediæ proportionali, quæ eidem basi vicinior fuerit fiat cubus erit hic æqualis dato parallelopipedo. Si vero datum parallelopipedum non habeat basim quadratam,
vel oblongam

q oblongam transmutet in quadr. p probl. 17. sect. 2dae. reliqua fiant ut prius
Coroll. Si dato cylindro v uno pyramidi aequalis cubus construi debeat. 1mo. Datus cylinder, conus etc transformari debet in parallepipedum, tum ex hoc juxta dicta construitur cubus.
Probl. 11. Cubum datum duplicare, triplicare etc.
Resolutio. quaeratur dati cubi soliditas in mensura nota v.g. in pedibus (n. 204) inventa mensura duplicetur triplicetur etc et ex producto extrahatur $\sqrt[3]{}$, haec erit latus cubi duplicati, triplicati etc. v.g. sit latus dati cubi 8 pedum simplicium, et consequenter soliditas 512. hunc numerum duplica, tripl. etc. habebitur numerus tripl. 1536 cuius $\sqrt[3]{} = 11,5$. est latus cubi triplicati.
Prob. 12. Dato cubo aequale aliquod corpus ex 5. regularibus construere.
Resolutio. Latus dati cubi dividatur in 1000. partes talium partium 2039. dant latus Tetraedri 1285. latus Octaedri (sic) 770. Icosaedri seu corporis 20. planis 3angulatibus comprehensi 507. Dodecaedri, seu solidi 12. planis pentagonis contenti.
Coroll. ut corpus aliquod regulare in aliud transmutetur, allati numeri pro prima ratione in eti tu enda proportionis assumuntur. Sic v.g. cubus converti debeat in octoedrum, cuius cubi dati latus = 12. fiant regula proportionis: 1000: 1285 :: 12 : x. quartus terminus dabit latus construendi octoedri. simili ratione in alijs procedendum.
Probl. 13. Fossae excavandae, piscinae etc capacitatem invenire. Fig. 75.
Resolutio. Sit v.g. excavanda fossa cuius latitudo superior debeat esse 16. cubit. inferior 12. profunditas 8. longitudo 10000. Detur autem pro quovis cubito cubico 40 nummi certi valoris. Quaeritur quadr. pecuniae pro tota fossa expendi debeat. Si superior latitudo AF. interior CD. profunditas BS. quia 3angul. ACB. BDF. sit aequal. sit supponitur erit parallelogr. ABDE = Trap. ACDF. cumque latitudo BS. sit 12. cubitorum est eadem = latitudini CD. erit tam AS. quam FB duorum cubitorum, quare tota AB. erit 14. cub. et est profunditas SC. 8. cub. Sic igitur 14×8. habebitur area parallelogrammi ACDB sive Trapezij ACDF. Hac igitur area ducta in long. fossae, nempe in 10000. erit tota fossae capacitas 112000. cub. et quia pro uno cub. expendi debent 40. nummi, si 112000 ducantur in 40. factum erit 4.480,000. nummi. quae reducuntur ad minorem monetam dividendo facile patet.
Reliqua de solidis problemmata facile solvuntur ope circini proportionum.

De praxi Trigonometrica, atque usu nonij et circini proportionum.

Omnia problemmata, quae in praxi Trigonometrica occurrunt ope reg. aureae solvuntur terminis dati rite disponantur ad inveniendam incognita, id autem qua ratione fieri debeat, patet ex analogijs pluribus in Authore pag. 179. 180. 181. ad quas remitto: Hic speciminis loco unum alterumve afferam problemma ex cuius solutione reliquorum solutionem facile quisque intelliget. Sit itaque.
Probl. 1mum. Metiri distantiam duorum locorum A et B. accessor. Fig. 76.
Resolutio. Collocatur instrumentum (puta Astrolabium) semicirc: v quadr situ horiz.

Gossarja Stagieco

situ horizontali in loco C. ita, ut centrum stationi directe immineat. 2do, p radium fixum fiat collineatio versus locum A, p radium mobilem versus B. arcus inter duos radios interceptus indicabit ang. ACB. 3tio. mensuratis ope catenae distantiis AC et BC. interat. ut summa laterum AC et BC ad eorundem differentiam ita tangens semisummae angulorum A. et B, qui dantur invento angulo C. (n. 497. pag. 125) ad Tangentem semidifferentiae eorundem, cuius in tabulis respondebit ipsa semi.differentia; quae addita semi summae exhibebit ang. A vel B maiori lateri oppositum. 4to. denique fiat proportio: ut sin. ang. nunc inventi ad latus sibi oppositum, ita sin. ang. C. ad lat. oppositum AB. (Vide in Auth. pag. 180. n. 760. et 755.

Coroll. Si ad locum B. accessus non datur, duae stationes eligi debent, nempe in C. et in A. ut adhibito instrumento, utrique angulus C et A obtineri possit, quo mensura determinatur facile tertius angulus B. innotescet per num. 493. et per aequales sinus angulorum habebuntur; hinc mensurata distantia AC: fiat pporo. ut sin. ang. B, ad latus oppositum AC: ita sinus ang. C. ad latus AB.

Scholion. Statio in C. ea est eligenda, quae altitudinem angulorum A vel B. efficiat valde acutum vel ang. B. quod obtinetur si angulus C. fuerit maior recto; et latus CB. maius AC. non solet fieri, ut error aliquot secundorum in quantitate anguli C determinanda admittatur, hic autem eo est maior, quo maior fuerit angulus B. Cuius rei demonstratio, Vide in Volf. c. 3 [illegible] Elem. Trigon.

Problemma. Metiri altitudinem accessam AB. Fig. 77.

Resolutio. 1mo. Instrumento verticaliter in D. erecto ita ut eius radius immobilis horizonti sit parallelus investigetur quantitas anguli C. 2do Mensuretur distantia CE. habebuntur in 3ang. CAE praeter latus CE ang. C. et E rectus, ideoque et A. 3tio fiat proportio ut sin. ang. A. ad latus CE ita sin. ang. C ad latus oppositum AE, cui si addatur altitudo CD = EB. habebitur tota altitudo AB. Sit v.g. ang. C = 48°. 35', et quoniam ang. E. est rectus, erit ang A = 41°. 25'. sit praeterea latus CE = 100. ped. erit sequens calculus

| | |
|---|---|
| | Log. sin A. 9, 8205496. |
| Hinc sum. Log. CE. et sin. C | Log -- CE. 2, 0000000. |
| 11, 8750142. a qua subtraho Log. sinus | Log... C. 9, 8750142. |
| A erit Log. AE = 2,0544646. cui in tab. Log. numerorum vulgarium respondet | |

maxime 113 ped. Quia vero Log. AE non reperitur in tab. sed paulo minor assumptus est (iuxta probl. 5. in Log.) possunt praeterea inveniri fractiones decimales. Cum omnes fig. et distantias metiamur per 3ang. patet quam amplissimus est usus Trig. cuius theoria applicatio ad ipsas planetarum distantias se extendit. Hinc lunae distantia invenitur (Fig. 78) Dato enim per observationes Astronomorum angulo parallaxeos diurnae ALT et arcu ZL. seu ang. ZAL. ac proinde eius complemento ad duos rectos LAT. una cum telluris semidiametro AT. lunae distantiam sequenti analogia investigamus, ut sin. ang. ALT. ad sinum

ang.

ang. LAT ita AT. telluris semidiamet^r ad TL. distaũm lunæ.
Simili eâm ratione distaũ solis invenitur. Data eñ luna distaũ LT (Fig. 79.)
et habito p observ. Astron. angulo parallaxeos menstruæ LST. ubi scilicet lunæ dimidia præcise facies apparet, p anal. sequente distaũ solis determinatur. Ut sin. ang. LST. ad sin. ang. recti SLT. sive rad. ita distaũ lunæ LT. ad distaũ solis ST. ad distantiam solis ST.

De usu Nonii. Fig. 80.

Nomine Nonii intelligitur instrumentum, seu potius pars instrumenti Geometrici, qualem denotat arcus mobilis AB concentricus instrumento. adhibetur vero eiusmodi arcus ad inveniendam minuta, et Nonius apellatur ab. Aut. suo Nonio Lus.

Probl. 1. Construere Nonium. Fig. 80.

Resolutio. 1mo. Sumatur aliqua pars aliquota n^ri 60. vg. 15. tot scilicet gradib. respondens arcus semicirculi. 2do. Dictis gradibus addatur altera 1. et sint 16. Tertio eius modi 16. g^r in arcu concentrico AB. dividatur in tot partes æquales, in quot arcus instrumenti g^r 15. divisus est.

Probl. 2. Ope Nonii invenire minuta prima.

Resolutio. Arcus mobilis concentricus AB. moveatur tamdiu, donec initium alicuius partis (nisi fortuito incidat) vg ϕ occurrat lineæ dioptricæ CD. tam ab ϕ usq ad B. donec lineæ utriusq arcus in B. et g. coincidant numerentur partes in arcu AB. quæ inter D. et B continentur, Denique quotus, quem habetur dividendo 60 p 15 partes arcus mobilis AB nempe 4. In nostra casu multiplic: p ϕ partes numeru inter D et B. contentas. factu dabit minuta 32. adeoq arc, instrumenti eg. continet 15. 32'.
Demonstrãõ. Summa arcus AB. uno gradu, p est 60' excedit arcu Fg. fg. soli
... vero totidem sit utq p constructionem, igitur si interatur. ut 16 hinc partes 15. ad 60'. min. ita una pars BF. ad sua minuta, nempe 4. consequenter cum ab B ad ϕ. partes ϕ. abscindantur ex arcu AB. continebunt ea quot gradus ϕ. min. 32.

Scholium. Nonius solet etiam ita applicari instrumentis, ut arcus n^r AB. cum fg una cu linea Dioptrica ACD moveatur. In hac hyp. eodem fere modo. invenium m. ...

Probl. 3. Ope Nonii invenire minuta, si arcus concentricus fg. fuent mobilis ...

Resolutio. 1mo. Numerentur partes in arcu fg. p numerũ inventũ dividatur 60. min. ut sciatur quot min. 1ma. uni parti debeantur. 2do. numerentur etiam in arcu eodem fg. partes usq lineæ utriusq arcus AB. et fg. coincidant. 3tio. Denique p numerum hunc multiplicentur minuta prima, inventa uni parti arcus fg. debita.

De Circino proportionum. Fig. 81.

Circinus proportionum. est veluti compendium totius Geometriæ, quo utimur ad cognoscendam proportionem lineæ ad lineam, plani ad planũ, solidi ad solidũ.

Probl. 1. Datã rectã in quotlibet partes æquales, vg in 7. dividere. Fig. 81.

Resolutio. In linea partium æqualium sumatur numerus, qui exacte p 7. dividi potest, tum circino communi capiatur longitudo datæ rectæ, atq ita apiatur circ. ppor. ut hæc longitudo utriq regulæ AB. et AC. possit accomodari ad aliquem numerum multiplum 7. vg 140. et 140. Denique stante hac circini pp. apertura, accipiatur distaũ transversalis quoti 20. et 20. hæc erit pars septima propositæ lineæ. nam 140 : 7 = 20. Dem^o deducitur ex similitudine Triang.

Coroll.

Coroll. Quovis recta eius $\frac{1}{7}$ quaeritur ducta sit in campo, atque ideo in instrumento transferri non posset, eius tamen $\frac{1}{7}$ sic determinari poterit. Sit linea v.g. 140. nondum data. posito pede circ. com. in centro A. /Fig. 81/ alter pes in linea partium aequalium extendatur ad numerum 140. hoc intervallum transferatur in notas 7. ... parti puta a 70. in 70. intervallum à 10. ad 10. circino acceptum et translatum in lineam partium aequalium dabit numerum 20. pedum, qui continet $\frac{1}{7}$ lineae quaesitae.

Probl. 2dum. Datis 3bus rectis AB. BC. AD, quartam proport. inveniri. Fig. 82.

Resolutio. Recta AB. transferatur à centro Circini A in lineam partium aequalium ita apiatur instrumentum ut intervallum eidem rectae se situatur in BC. transversam. Deinde in eandem lineam partium aequalium transferatur 3tia data AD. dico intervallum CD esse quartae proportionali quaesitae. Nam AB:BC :: AD:ED.

Probl. 3. Datis duabus rectis AB. et BC. 3tiam proportionalem invenire. Fig. 83.

Resolutio in eadem Fig. BC. et AD. aequales ponantur. ex puncto D ducatur transversa DC. erit haec 3tia proportionalis duabus datis AB. et BC. Quomodo inveniendae duae sint proportionales inter duas datas docebit probl. 21.

Prob. 4. In dato puncto A rectae AB. efficere ang. v.g. 30. gr. Fig. 84.

Resolutio. Ex dato puncto A tanquam centro describatur arcus EG. quovis radio, tum ita apiatur instrumentum ut radius assumptus AE. se situat distantiae inter 60. et 60. lineae chordarum / Fig. 81. n° 2/ stante hac instrumenti apertura accipiatur circino communi intervallum in 30. et 30. illudque transferatur in arcum EG. a puncto E ad G. ducaturque recta AG. erit ang. EAG. gr. 30.

Probl. 5. Circinum proport: ita aperire, ut lineae chord. angulum determinatum v.g. 30. graduum comprehendant.

Resolutio. Assumatur circino communi in instrumento chorda 30° gr. et haec transferatur a 60 ad 60. Dico lineas chordarum comprehendere ang. 30.

Coroll. Idem obtinebitur transferendo chordam 30° a puncto 100 in punctum 100. lineae partium aequalium, Vide Fig. 81.

Coroll. 2. Eadem methodus adhibenda est circa lineam planorum et solidorum.

Probl. 6. apto circino proport. invenire ang. quem lineae chordarum comprehendunt.

Resolutio. Extendantur pedes circini communis ita ut in lineae chord. distantiam a 60. ad 60. comprehendant, hoc intervallum transferatur in lineam chord. posito uno pede in centro A. /Fig. 81/ alter pes indicabit numerum graduum ang. quaesiti.

Probl. 7. Determinare quantitatem dati ang. v.g. BAG. Fig. 84.

Resolutio. Fiat arcus EG. quovis radio, longitudo radii assumpti utrique aequalis instrumenti applicetur in 60 et 60. tandem intervallum dati arcus quaeratur tentando, donec in aliqua puncta sibi correspondentia utque pes circini com. incidat, puncta eiusmodi indicabunt numerum graduum. Fig. 84.

Probl. 8. Cognita quantitate graduum v.g. 50. alicuius arcus AB, invenire eiusdem radium.

Resolutio. Apiatur ita instrumentum ut dati arcus chorda AB, assumpta circino communi congruat intervallo instrumenti inter 50. et 50. tum accipiatur

acipiat distãa int 60 et 60 erit hac radius q̃tus AC.

Probl. 9. Dato circulo invenire latus cuiuscunq polygoni regularis eidem circulo inscribendi. Fig. 86.

Resolutio. Sit vg octogonũ inscribendũ dato circulo. dati circuli semi-diam. transfer in lineam polygonor a B in C. numerum 6. in 6. (Fig. 81) distãa transversalis int 8 et 8. h.e. int 7 et 5. eiusmodi intvallũ erit latus octogoni KL. idem de reliquis intelligendũ. Demon. Duo triang. ABC. AFG. st similia igit erit AB: AF :: BC: FH. sicut Er. AF exhibet latus octogoni inscripti circulo, cuius radius est AB. p constructionem lineæ polygonor (ut infra dicet) ita FG. e latus alterius eiusdem circulo inscripti, cuius radius sit BC. Nam lineæ transversæ inter se eãdẽ st raõnẽ ac latera. Fig. 87.

Schol. Si propter eẽt semi-diamet. qn ut in circ. ppor. transferri posset, in 6. et 6. dimissis eiusdem acipienda erit v 3 pag. x 4ta etc quo facto dimidium rursum etc lineæ inventæ, erit latus polygoni qti.

Probl. 10: Sup datã rectã KL. polygonũ regul. vg octogonũ describere. Fig. 86.

Resolutio Datam rectam KL. transfer in circ. pp: int 8 et 8. linea polyg. deinde intvallo assumpto int 6. et 6. fiant duo arcus se intsecantes posito uno pede circ: in K et L. habebitur centrum C. tum ex centro C. radio CL. describat circulus, qui circumscribet octogonũ regulare dati lateris LK.

Probl. 11mũ. Figuram planam minuere v augere secũdũ datã raõnẽ vg ut 4 ad 9.

Resolutio. Si figura sit regularis, quadratum, pentagonus, circulus etc sufficit invenire latus figuræ quæsitæ. Sit vg quadratum augendum in raõne 4: 9. latus itaq dati quadrati transferat in lineam planorum (v. Fig. 81) ad intvallũ 4. et 4. intvallũ 9 et 9 dabit latus quadrati qd erit ad pptum ut 9: 4.

Demonstraõ. Quoniam lineæ transversæ, eandem st raõnem ac latera instrumenti, et lineæ 4 et 9. st latera quadrator eandẽ raõnem habentium ac 4 ad 9. igitur et lineæ transversæ erunt latera quadratorum eandem raõnem habentium.

Quodsi figura propter fuerit irregularis, ita ut requirant plura latera ad descriptionem figuræ sim: p singulis latibus eodem modo ut supra operandũ eẽt.

Probl. 12. Invenire qm raõnem habent int se figuræ similes.

Resolutio. Utriusq datæ fig. latera homologa applicent instrumento incipiendo a centro eius, quis attingent, indicabunt, qm raõnem st pdictæ figuræ.

Aliter Apiat ita instrumentũ, ut latus unius figuræ ppitæ incipiat int eosdem nros vg int 5 et 5. intvallũ aũ quod opuet latus homologũ alterius figuræ vg. intvallũ 9 et 9. indicabit nrum 9: ad qm nrus 5. eandem raõnẽ habebit, ac prima figura ad 2dam.

Probl. 13tium Circ. pp: ita apire, ut duæ lineæ planor ang: rectũ efficiant.

Resolutio Sup lineam planor incipiendo à centro sumat intvallũ cuiuslibet nri planor vg 8. h idẽ intvallũ applicet utrinq transversim nro, e st demissis præcedentis nempe 4. et 4. eiusdem lineæ planor, quo facto duæ lineæ planorum efficient in centro angulum rectum.

Probl. 14tum

Probl. 14. Datis quotcunq́ fig. planis similibus construere fig. similem, et omnibus simul æqualem.
Resolutio. Aperiatur ita instrumentum, ut duæ lineæ planorum ang. rectum comprehendant, tum lata duarum fig. transferantur hinc, inde in lineas planorum lineaq́ue subtensa seu intervallum inter duos numeros inventum dabit latus homologum fig. similis, et æqualis primis duabus. Porrò latus inventum transferatur in unam lineam planorum et latus 3tiæ fig. in lin. opposita, linea ubiq́ subtensa erit latus fig. sim. et æqualis 3bus omnis.
Coroll. Hac praxi uti possumus etiam tum cum lata transferri nequeant in lineam planorum, modo pro pedibus, aut aliis maioribus mensuris totidem partes istas substituantur ex scala geometrica superius posita b. fig.
Probl. 15. Invenire latus figuræ similis æqualis differentiæ duarum fig. similium.
Resolutio. Sint datæ duæ planæ figuræ sim: vg. duo quadr. vel duo circuli etc. Apiatur circ. proportionis ita, ut lineæ planorum sit ad ang. recto comprehendant, tum latus minoris figuræ transferatur in alterutram lineam planorum à centro. vg in 9. Deinde circ. com. accipiatur alterum latus homol: fig. maioris, atq́ pes circ. ita in puncto 9. primi lateris collocetur, ut alter pes aliam lineam planorum in aliquo puncto. divisionis attingat. vg. in 4. Distantia à centro ad punctum 4. dabit latus homol. alterius fig. sim. quæ differentiam propterea adæquet duarum sim. fig. quarum ratio hic ponitur ut 9:13.
Probl. 16tum. Similia corpora in data proportione vg ut 1:2. augere. vel minuere.
Resol. Quæritur vg. cubus alterius dati duplus. Latus cubi dati transferatur in lineam solidorum (Fig. 81) Transversim hinc atq́ inde ad intervallum numeri pro libitu assumpti vg. inter 20. et 20. Stante eadem instr: apertura sumatur intervalli numeri dupli in nostro casu inter 40 et 40. eiusmodi intervallum erit latus cubi quæsiti.
Si quæritur sphæra alterius datæ tripla, transferatur diameter datæ sphæræ ad intervallum pro libitu assumptum vg inter 20. et 20. intervallum inter 60 et 60. erit diameter sphæræ quæsitæ.
Si minuenda sit sphæra in ratione tripla contraria ratione operandum.
Coroll. Idem cum cæteris solidis corporibus homologis ad illa minuenda v augenda.
Quòdsi lata hæc longiora fuerint, quam intervallis instrumenti applicari non possent, assumenda erit pars $\frac{1}{2}$ v. $\frac{1}{3}$ v $\frac{1}{4}$ etc. et inventum intervallum duplum triplum etc. accipi debet.
Probl. 17. Datis duobus solidis sim. invenire eorum proportionem mutuam.
Resol. Aperto circ. pp. latus unius solidi transferatur in lineam solidorum ad intervallum eorum numerorum, quæ commodiores videbantur tum vide, cui intervallo numerorum in eadem linea accomodatur transversim latus homol. alterius solidi similis. Numeri quibus hæc duo lata homologa convenient dabunt quam rationem corporum similium.
Probl. 18. Datis quotlibet solidis sim. construere unum omnibus æquale ac simile.
Resol. Ex datis similibus solidis unum quodcumq́ seligatur eiusq́ latus circino communi acceptum transferatur in lineam solidorum ad intervallum quiuscunq́ numeri vg 5. et 5. manente hac apertura instrumenti quæratur quibus transversim numeris, et intervallis accommodentur lata homologa reliquorum sol. vg. 7. et 8 horum omnium numerorum nempe: 5. 7. 8. fiat summa scil. 20. deniq́ acceptum intervallum inter 20. et 20. dabit latus homologum alterius solidi sim. et æqualis 3bus datis.
Probl. Datis duobus sol. sim. invenire simile et æquale datorum differentiæ
Resolutio

Resol. Latus alterutrius transferat̃ ad intervallū cuiusvis solidi v.g. int̃ 5 et 5. tum quāt̃ cui intervallo accomodet̃ latus homologum alterius dati solidi v.g. 9 et 9. subtrahat̃ minor n̄rus à maiori, et residui n̄ri 4. sumat̃ intervallū, nempe: int̃ 4 et 4. hoc erit latus homol: alterius solidi similis et æqlis dator̃ diffrē.

Prob. 20. Int̃ duas datas lineas invenire duas p̄portionales.

Resol. Datæ duæ rectæ transferant̃ in lineam ptium æqliū /Fig. 21/ ut innotescat q̄t ptes æqles c̄tineant, si una ear̃ ptium v.g. 54. et altera 16. tum aptō circ. pp. longitudo lineæ maioris applicet̃ intervallo int̃ 54. et 54. lineæ solid accipiatur distaā circino com. int̃ 16. et 16. hæc erit maior et prima duar̃ mediar̃ proportionalium. quas quærimus. cum vero inventa linea, q̄ in nostro casu erit 36. eādē ptiū æqliū applicet̃ rursus eidem intervallo 54. et 54. c̄tracto paululū instrumento, et itū accipiatur distaā int̃ 16 et 16. et erit hæc minor. et 2da p̄portionalis, q̄ in hoc exemplo invenit̃ eē 24. ptiū æqliū, ac p̄ptea hæ 4. lineæ erunt in eadem continua proportione, q̄m sūt dicti n̄ri 54. 36. 24. 16.

Demonst. Nam p c̄structionem instrumenti et lineæ solidor̃ ac p̄portionē, q̄m intervalla sumpta transversim hbt cum latibus instrumenti, erit cubus rectæ transversalis 54. ad cubū alterius rectæ transversalis 36. ut latus ipsū lineæ solid. 54. ad latus alterum 16. quare recta transversalis 36. erit prima proportionalis. Rursus p eādē c̄structionē cubus rectæ transversalis 36. ad cubū rectæ transversalis 24. ut latus 54. idem ad alterum latus 16. Ergo: recta transversalis, 24. est secunda proportionalis.

Prob. 21. Data diam̃ unius globi certi cuiuscunq metalli invenire aliam alteriū cuiuscunq metalli pondere æqualem.

Resol. Data diamet. transferat̃ ad intervallū duor̃ punctor̃ q̄ dati globi metallū designant p hac instrumenti aptura accipiat̃ distaā eorum punctor̃ q̄ speciem metalli q̄tam denotant, hæc erit q̄ta diamet. globi.

Coroll. Respectu corpr̃ sim: eodem modo opādū, ut inveniāt̃ lataā singula homologa, scilicet: longitudo, latitudo, et profunditas c̄pr̃ q̄ c̄struenda ēt.

Probl. 22. Invenire proportionē metallor̃ quoad pondus.

Resolutio. Sit v.g. invenienda rao q̄m hbt argentū, et aurū respectu ponderis, accipiat̃ in linea metallica à centro instrumenti ad aliqd punctū, seu signū metalli minus ponderantis int̃ duo pūcta distaā eaq̄ q̄ aptō instrumento transferat̃ in lineam solidor̃ ad intervallū cuiuscunq n̄rus int̃ 50 et 50. stante hac instrumenti aptura accipiat̃ rursus in linea metallica distaā à centro ad signū auri in p̄pto cādem videaturq̄ tentando cuinam hæc distaā n̄ro in linea solidor̃ transversim congruat v.g. intervallo 27. et 27. igit̃ 27. et 50. dabunt rāonem q̄tam nimirum erit pondus auri ad pondus argenti p eodem volumine, ut 50. 27. etc.

Probl. 23. Dato quovis corpore v artefacto ex aliqua materia metallica v.g. stanno c̄flato invenire q̄ntū ex ē aliis metallis requirat̃, ut aliud ipsi simile et æquale priori confici possit.

Resolutio. Sit v.g. datum corpus, statua ex stanno facta, cui similis, et

æqualis

æqualis est argento conflari debet. Itaq. primo ponderet accuratè statua stannea sit vg. 36. librar. 2do. In linea metallica sumatur distantia à centro instrumenti usq. ad signum argenti ex quo fieri debet statua argentea. 3tio. Deducto instrumento inventa distantia applicet transversim ad nros 36. et 36. lineæ solidor. 4to in linea metallica accipiatur distantia à centro ad signum stanni et manente prima instrumenti apertura exploret quibus transversim nris in linea solidor hæc distantia signat vg 50 et 50. et paulo plus nempe $\frac{1}{4}$ invent... hic nrus indicabit opus esse 50 $\frac{1}{4}$ libr. argenti circiter ut construatur statua sim. etc.

Probl. 24. Duor. corpor. sim. ex diversis mett. conflator. invenire ratione ponder. datis eor. diametris aut lateribus homologis. Fig. 92.

Resolutio. Recta EF sit diamet. sphæræ stanneæ. GH diamet. argenteæ. Itaq. accipiat diamet EF. et transferat transversim ad intervallū signorum stannum designantium, tum manente eadem instrumenti apertura sumat intervallum punctorum, quæ designant argentum h. e. metallū alterius sphæræ. Si hoc intervallū esset = diam. GH. duæ propositæ sphæræ essent pondere æquales. Si autem minor sit/supponitur/ et æqualis nro GH. d KL. Intervallū punctor. argenti GH. transferatur in linea solidorum ad intervallū cuiuslibet nri vg 60 et 60. quæratur deinde quibus nris eiusdem lineæ solidor. signat transversim diam. KL. datæ sphæræ argenteæ vg. intervallo 20. et 20. igitur habebitur pondus sphæræ, cuius diam. KL ad pondus sphæræ stanneæ cuius diamet. EF. ut 20: 60.

Probl. 25tum. Datis pondere et diametro sphære aut late. cuiuslibet alterius solidi ex quavis 6. metallorū specie constanti invenire diametrū aut latus homol: alterius corpor. sim. ex quopiam alior. 5. metallorum, quod sit ponderis dati. F. 93.

Resolutio: Sit vg. recta MN. diamet. sphæræ cupreæ, cuius pondus sit libr. 15. ope lineæ metallicæ quærat diamet. sphæræ aureæ, cuius pondus æquet pondus sphæræ cupreæ. Nempe: diam. MN. transferat ad intervallū signorum cuprū designantiū, et in hac instrumenti apertura sumat intervallū punctorum auri, quod dabit diametrū OP. sphæræ aureæ ponderis libr. 10. Hanc diam. OP. transfer in lineam solidorum ad intervallū 10 et 10. et stante eadem instrumenti apertura sumat intervallū 15. et 15. eiusdem lineæ solidor. h intervallū dabit quæsitam diametrum QR. sphæræ aureæ ponderantis lib. 15.

Nota. Omnes demonstrationes in superioribus problemmatis deducuntur ex ipsa constructione instrumenti, quæ ut intelligatur, sit - - - - - - -

## De Constructione Circini proportionū.

Probl. 1. Circinū prop. construere eiq. lineas partium æqlium inscribere. F. 94.

Resolutio: Fiant duæ ~~recte~~ regulæ AB. et AC. ex quacunq. materia solida vg cupro, ligno etc. hæ regulæ ita secum connectant, ut circa commune centrum A mobiliter angulū comprehendere possint. Regulæ utriusq. longitudo et latitudo eamsumi debet, ut plures lineæ à centro protensæ inscriptæ, earumq. divisiones facile distingui possint. Linea partiū æqliū, seu Arithm. pro minoribus circ: in 100 partes æqles pro maioribus in 200. dividi dt. Artificium omne lineæ partiū æqliū

e materia

pendet,

pendet ex similitudine triangulorum, quorum latera sunt lineae partium aequalium, et basis intervalla punctorum, seu numerorum sibi correspondentium.

Probl. 2dum. Invenire lineam chordarum circino proportionis. Fig. 82.

Resolutio. A centro circini ad extremitatem regularum ducantur rectae AB. AC. seu ai. 180. a 180. (Fig. 81) hic recta dividuntur bifariam in punctis 60 et 60, seu K. L. deinde in separata charta intervallo A 60. seu AK describatur semicirculus, et in gradus 180. dividatur, tum a puncto A ducantur aut ductae intelligantur subtensae A9. A10. A20 etc. ad singula puncta graduum, hae tensae in regulas (Fig. 79.) successive transferantur incipiendo ab A, quo peracto habebitur linea chordarum.

Idem alio modo fiet: semicirculus divisus in gradus 180. ita applicetur instrumento ut diameter semic. AB. aequat cum reg. instrumenti AB. et posito uno pede circini in centro communi A. ducantur ex punctis divisionum arcus occurrentes lineae chordarum puncta eiusmodi occurrentia erunt puncta divisionis ascendendo in linea chordarum etc.

Probl. 3tium. Lineam planorum inscribere instrumento. Fig. 91.

Resolutio: A centro instrumenti in utraque regula ducantur rectae, et istae dividantur per ipm. idem divisa est virga, seu baculus cylindrometricus (de quo supra; / Vide Fig. transferendo diagonales 1B. 2B. 3B. etc. ex A in 1. 2. 3. etc. erit A1 latus quadrati minimi et primi. A2 erit latus quadrati dupli, A3 erit latus quadrati tripli etc.

Probl. 4tum. Lineam solidorum instrumento inscribere. Fig. 81.

Resolutio. 1mo Sumatur ex scala Geometrica quaecunque particula v. g. 1000a pro latere solidi omnium maximi 64. circini inscribendi, assumitur vero numerus eiusmodi partium ideo, quia commodior est calculo faciendo, reliquisque lateribus solidorum inveniendis.

2do Quoniam $\sqrt[3]{64}=4$. et $\sqrt[3]{1}=1$. consequens est, ut latus assumptum 64. solidi, quod continet latus solidi primi et omnium minimorum ab 1 incipientis, cuius proinde latus erit ejusdem particulis 250. Nam solida similia sunt inter se, ut cubi suorum laterum homologorum. 3tio. Numerus earundem particularum 250. duplus primi numeri 250 dabit latus octavi solidi, id est solidi octies maioris primo. Nam $\overline{2}^{3}=8$. continet octies cubum unitatis. Similiter numerus 750. triplus primi numeri 250. erit latus solidi 27. maioris. nam $\overline{3}^{3}=27$. et toties continet cubum unitatis. 4to. Ut itaque inveniatur numerus, qui exprimat latus solidi, quod duplum sit primi et omnium minimi

Tabula exhibens divisiones laterum homologorum pro linea solidorum

| Cubi multipl. | Latera. | Cubi. Mul. | Latera. | C. Multip. | Latera. | Cubi Mu. | Latera. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 250. | 16. | 643. | 31. | 785. | 46. | 896. |
| 2. | 315. | 17. | 655. | 32. | 794. | 47. | 902. |
| 3. | 360. | 18. | 667. | 33. | 802 | 48. | 908. |
| 4. | 397. | 19. | 679. | 34. | 810. | 49. | 914. |
| 5. | 427. | 20. | 689. | 35. | 818 | 50. | 921. |
| 6. | 454. | 21. | 700 | 36. | 825 | 51. | 927. |
| 7. | 478. | 22. | 711. | 37. | 833 | 52. | 933. |
| 8. | 500. | 23. | 721. | 38. | 840 | 53. | 939. |
| 9. | 520. | 24. | 731 | 39. | 848 | 54. | 945. |
| 10. | 539. | 25. | 740 | 40. | 855. | 55. | 951. |
| 11. | 556. | 26. | 750 | 41. | 862. | 56. | 956. |
| 12. | 572. | 27. | 759 | 42. | 869. | 57. | 962. |
| 13. | 588. | 28. | 768 | 43. | 876. | 58. | 967. |
| 14. | 602. | 29. | 777. | 44. | 882. | 59. | 973. |
| 15. | 616. | 30. |  | 45. | 889. | 60. | 978. |
|  |  |  |  |  |  | 61. | 984. |
|  |  |  |  |  |  | 62. | 989. |
|  |  |  |  |  |  | 63. | 995 |
|  |  |  |  |  |  | 64. | 1000. |

minimi, huius latus inventum 250. elevet ad cubum fietq 250³ = 15625000 qui duplicato erit numerus 31250000. ex quo si extrahatur radix cubica erit = 315. proxime hic numerus erit latus solidi dupli. 5to. Ut habeatur latus solidi qd tripli. sit primum triplicandus erit primus numerus 15625000, ex quo triplicato extracta radix cubica = 360. dabit latus solidi triplo maioris, idem intelligendum de reliquis lateribus homologis solidoru, ut patet in tabula praecedente.

Probl. 5tu. Lineam Calibrae constituere ad cognoscenda diversa pondera globorum q e tormentis ejiciunt.

Resolutio. constat experientia globu ferreu cuius diameter e triu pollicu ponderare 4. libras et ut tutius procedas propter varietatem huius metalli indiglit desiccati potenis ipse capere experimentu. Hoc dato quaeratur diametri reliquorum globorum hoc modo: 1° trium pollicum longitudo transferatur in lineam solidorum ad intervallu 4 et 4. 2do. Manente eadem instrumenti aptura sumantur in eadem linea solidorum omnes numeri ab 1. usq ad 64. 3° Singulae huiusmodi longitudines transferantur successive in lineam calibrae appositis iisdem numeris, quo notati et in linea solidorum. Hi numeri signabunt totidem libras globi ferrei habentis talem diametru qualem exprimunt longitudines. 4to Ut in eadem linea calibrae signantur fractiones nempe $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. accipiatur globus unius librae, eiusq diameter transferatur in lineam solidorum ad intervallu 4. et 4. et stante hac instrumenti apturae intervallu inter 1 et 1 dabit diametrum globi ponderantis $\frac{1}{4}$ librae intervallu inter 2 et 2 erit erit diameter $\frac{1}{2}$ librae etc. Idem fieri pt alio modo V. Volf. Tom. 4. Elem: Pyrot. num.

Probl. 6tum. Lineam metallicam instrumento inscribere.

Resolutio. In linea Metallica notantur 6. species metallorum, quas Alchimistae notis quibusdam unicuiq propriis exprimunt. Ratio horum metallorum, q a diametrum globorum e diversis metallis b eodem pondere conflator ex experimentis desumitur estq ea, qm sapiens exhibet tabula.

'Ut itaq inscribatur linea metallica, ducatur linea a centro instrumenti, dividaturq in partes aequales 1000. 2do. A sumptus numerus ex tabula notetur signis metallorum, quo facto habebitur linea metallorum.

| Tabula Metallorum | | |
|---|---|---|
| 1. Aurum | ☀ | 730 |
| 3. Argentum | ☽ | 895. 2. |
| 2. Plumbum | ♄ | 863. 1 |
| 4. Cuprum | ♀ | 927. |
| 5 Ferrum | ♂ | 974. |
| 6. Stannum | ♃ | 1000. |

## Praxis Construendi Horologia Solaria.

Probl. 1. Invenire lineam Meridionalem. Fig. 94.

Resolutio. Paretur prius tabula AB. cuius superficies exacte sit plana ita. ut latus regulae, aut filum stile tensu in quovis sensu applicatu ubiq congruat. 2do. Tabula ope libellae horizontaliter constituta, et bene firmata in puncto C. perpendiculariter erigatur stylus CD. signatis prius aliquot arcubus fg. ik. hi arcus n atramento d cuspide circini designantur, ut facilius apices umbrae distingui possint. 3tio. Circa horam

ante me.



*Betoniku.* ~~[illegible]~~

*piie* [illegible]

ante meridiem expectetur momentum illud temporis, quo apex umbrae à stilo projectae ad arcum aliquem pervenerit, notetur q illud punctum acicula tenuissima, item aliud punctum in alio arcu post quadrantem. 4to. post meridiem similiter dum umbra attingit eosdem arcus notentur puncta. 5to. His pactis circino ad libitum diducto, ptóq primus pede in a tum inde fiant arcus se intersecantes mn, et op. item pto pede in punctis in alio arcu notatis fiant similes arcus se intersecantes, 6to. Per intersectiones arcuum et centrum C ducatur cM. haec erit Meridionalis.
Accuratius determinabitur linea Meridionalis si adhibeatur loco styli norma, cujus crus unum longum sit 15. dig. altum latum 9. dig. alterum vero latum 3. dig. crassum 1. dig. Norma ejusmodi collocatur in tab. plana, latere seu crure breviore sursum erecto et ad solem obverso ita, ut umbra illius in crus longius cadat, latitudineq sua totam latitudinem cruris longioris obtegat, ducatur linea in tab. idq post $1\frac{1}{2}$ quadrantis primo vendo normam repetitur similiter post meridiem agendum. His pactis ex puncto, in quo lineae juxta latus cruris longioris ductae se intersecant tamquam centro ducatur arcus diducto ad libitum circino, qui omnes lineas mane et a prandio ductas secabit. hic arcus bifariam divisus dabit punctum, per quod et alterum punctum intersectionis linearum, ducta recta determinabit lineam meridionalem.
Scholion. Curandum est ut ejusmodi operatio diebus solstitialibus nempe circa diem 21. Junii, et 21. Decembris; tum enim solis temporibus ante et post meridiem aequalibus, efficit ut aequalis umbra à stylo, norma projiciatur.
Probl. 2dum. Invenire altitudinem solis meridianam. Fig. 95.
Resolutio. 1o. Parentur duo ligna AB et BC. ad minimum 3. cub. longa, 4. dig. crassa et lata, accurateq plana, haec ita normaliter seu jungantur, ut exactissime angulum rectum comprehendant. 2do. In extremitate cruris BC. affigatur lancina cum cum tenui et oblongo foramine ad per quod solares radii transmissi in crure AB horizontali longitudinem umbrae determinare possint. 3tio. Altitudo cruris BC = perpendiculo Df. dividatur in partes 10 eademq partes transferantur in crus horizontale ex g in A. atq aliquot postremae partes ex adversus B bidividantur in alias 10. ptes. 4to. His paratis instrumentum collocetur in plano horizontali ope libella ita, ut crus AB aut cum ipsa linea meridionali congruat, aut eidem meridionali prius determinatae sit parallelum. quod ut fiat pridie ante observationem, cum jamjam umbra styli D(Fig. 94) venit ad lineam meridionalem cM. collocetur in plano instrumentum ita, ut latitudo umbrae cadens à cruce BC. intra latitudinem cruris AB exacte capiatur eo momento quo dicta umbra cum linea meridi: in suo plano cognvit, atq juxta utrumq latus cruris AB. ducantur lineae, intra quas collocandum erit instrumentum die observationis, 5to. Die, quo instituitur observatio collocato rite instrumento expectetur momentum, quo umbra cruris BC. latitudo, latitudinem cruris AB exacte explet, et lucida imago foraminis, et in recta pg bifariam secatur, hocq ipso momento notetur distantia hujus imaginis a puncto g. 6to. His pactis in zangulo rect: hdg. quaeratur angulus ad h. ex sequenti analogia. ut longit: umbrae gh.: altit: BC. seu gd, ita sinus totus ad Tang: altitudinis solis supra horizontem. Sit v.g. BC seu gd. aequale 100, gh = 72. adhibitis logar. erit prop: 1,8573325 : 2,0000000 = 10,0000000 : x. hinc invenietur logar: 10,1426675. cui respondet in tab. proxime 54°. grad. et 15'.

15', seu altitudo solis supra horizontem apparens. 7mo. Quoniam refractio attollit sidera, igitur ab inventa altitudine solis demantur minuta refractionis iuxta tab. sequentem, et habebitur vera altitudo solis, nempe: 54°, 15', 11'', 57'''.

Tabula refractionis stante Mercurio in Barometro ad 28 pollices et Thermometro Reaumur ad gradus 10°.

| Altitud. appar. | Refractio | | | Altitud. appar. | Refractio | | | Altitud. appar. | Refractio | | | Altitud. appar. | Refractio | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grad. | Min. | Sec. | Tert. | Grad. | Minuta | Secundi | Tertii | Grad. | Min. | Secdi. | Tert. | Grad. | Min. | Sec. | Tertii |
| 5 | 9 | 42 | 0 | 27 | 2 | [illegible] | [illegible] | 48 | 1 | 0 | 1 | 69 | 0 | 24 | 5 |
| 7 | 7 | 41 | 0 | 28 | 2 | 9 | 2 | 49 | 0 | 57 | 4 | 70 | 0 | 22 | 9 |
| 8 | 6 | 51 | 0 | 29 | 2 | 4 | 0 | 50 | 0 | 55 | 9 | 71 | 0 | 21 | 6 |
| 10 | 6 | 10 | 0 | 30 | 1 | 59 | 1 | 51 | 0 | 53 | 5 | 72 | 0 | 20 | 3 |
| [illegible] | 5 | 37 | 0 | 31 | 1 | 54 | 4 | 52 | 0 | 51 | 4 | 73 | 0 | 19 | 1 |
| 11 | 5 | 9 | 0 | 32 | 1 | 50 | 0 | 53 | 0 | 50 | 9 | 74 | 0 | 17 | 8 |
| 12 | 4 | 45 | 0 | 33 | 1 | 45 | 8 | 54 | 0 | 48 | 8 | 75 | 0 | 16 | 6 |
| 13 | 4 | 24 | 0 | 34 | 1 | 41 | 8 | 55 | 0 | 46 | 3 | 76 | 0 | 15 | 4 |
| 14 | 4 | 5 | 0 | 35 | 1 | 38 | 1 | 56 | 0 | 46 | 6 | 77 | 0 | 14 | 1 |
| 15 | 3 | 49 | 0 | 36 | 1 | 34 | 6 | 57 | 0 | 44 | 9 | 78 | 0 | 12 | 9 |
| 16 | 3 | 35 | 0 | 37 | 1 | 31 | 2 | 58 | 0 | 43 | 2 | 79 | 0 | 11 | 7 |
| 17 | 3 | 23 | 0 | 38 | 1 | 28 | 0 | 59 | 0 | 41 | 6 | 80 | 0 | 10 | 5 |
| 18 | 3 | 12 | 0 | 39 | 1 | 24 | 9 | 60 | 0 | 40 | 0 | 81 | 0 | 9 | 3 |
| 19 | 3 | 3 | 0 | 40 | 1 | 21 | 9 | 61 | 0 | 38 | 4 | 82 | 0 | 8 | 2 |
| 20 | 2 | 54 | 7 | 41 | 1 | 19 | 0 | 62 | 0 | 36 | 9 | 83 | 0 | 7 | 0 |
| 21 | 2 | 47 | 0 | 42 | 1 | 16 | 3 | 63 | 0 | 35 | 4 | 84 | 0 | 6 | 8 |
| 22 | 2 | 39 | 8 | 43 | 1 | 13 | 7 | 64 | 0 | 33 | 9 | 85 | 0 | 5 | 6 |
| 23 | 2 | 33 | 0 | 44 | 1 | 11 | 2 | 65 | 0 | 32 | 4 | 86 | 0 | 4 | 6 |
| 24 | 2 | 26 | 0 | 45 | 1 | 8 | 5 | 66 | 1 | 31 | 6 | 87 | 0 | 3 | 5 |
| 25 | 2 | 20 | 5 | 46 | 1 | 6 | 5 | 67 | 1 | 29 | 6 | 88 | 0 | 2 | 3 |
| 26 | 2 | 14 | 7 | 47 | 1 | 4 | 3 | 68 | 1 | 28 | 2 | 89 | 0 | 1 | 1 |
| | | | | 48 | 1 | 2 | [illegible] | | | 26 | 8 | 90 | 0 | 0 | 0 |

Scholion. Imaginis lucidae, quam radii in crure AB. depingunt, non ipsi limites notari debent, sed ipsum medium, et ut distinctius imago lucida depingatur, necesse est aliquam obscuritatem fieri circa locum, in quem radii solares per fissuram laminae transmissi cadere debent, quod variis modis quisque efficere poterit.

Probl. 3tium. Invenire elevationem poli. Fig. 96.

Resolutio. In aequinoctio verno vel autumnali, scil. circa diem 21. Mar. et 23. 7bris quaeratur altitudo solis meridiana per probl. praecedens, et quia tum sol versatur in aequatore inventa altitudo erit eadem cum elevatione aequatoris, quare altitudo subtrahatur à 90. grad. residuum dabit elevationem poli.

Schol. Poterit etiam alio quocunque die extra aequinoctia inveniri elevatio poli, si sciatur quantum sol eo die ab aequatore declinet, eiusmodi elevatio solis si fuerit borealis subtrahatur, si australis addatur inventae altitudini solis, dum autem residuum dabit elevationem aequatoris, hinc per resolutionem probl. 3tii innotescet elevatio poli. Ut autem dato die declinatio Solis inveniatur, 1mo. Nota quod dicta obliquitas ecclypticae quae est aequalis 23°. 28'. 20''. | V. de la Caille Astron. n° 311. | 2do. Quaeratur in calendario vulgari, in quo signo Zodiaci, et gradu dato die sol versetur. 3tio. Fiat proportio ad inveniendam declinationem solis: ut sinus totus ad sinum gradus, quos ab ariete sol confecit; ita obliquitas ecclypticae ad x. Sit ~~fig.~~ Æ. 2 aequator EL. Ecclyptica

AP.

AP. arcus ad aequatorem perpendicularis BC. distantia solis ab ariete in arcu eclypticae = 50°. seu 20° Tauri, et AB recta ad A. sit ang. rect: habebitur, regula analogia Ut sinus totus: BC:: 23.29.20: AB. seu adhibitis Log. 10,0000000: 9,8842540 = 9,6021781: AB. quod est aequale Log. 9,4864321. cui in Tab. primae respondet 17°.46'. Hac methodo pro sing. grad. eclypticae potest construi tabula declinationum solis ab aequatore.

Probl. 4tum Invenire elevationem poli per stellas circumpolares. Fig. 97.

Resolutio. 1. Paretur instrumentum, ut in probl. 2do. nisi quod crus inferius AB. brevius sit 1/3 circul. et ad utrumque latus cruris AB. affigantur duae reg. ligneae introrsum excavatae, ut possent inter se Vallem capere ab. huic in o aptetur furcula cum filo bombicino tenui, et ad horizontem parallelum fiet regula ultro citroque debet esse mobilis, et quidem aequabiliter. 2do. In vertice alterius cruris aut styli seu fibicae perpendicularis ita affigatur regula DC. orichalcea 40 circiter dig. longa, ut ejus latus supinus, sit horizonti parallelum. 3tio. Cujusmodi instrumento rite collocato in linea meridionali aut parallela ei eam. observetur tempore hyberno (cum nox 12 horis longior est adeoque stella bis per meridianum transeunt) circa horam 6. transitus per meridianum alicujus stellae ex circumpolaribus tamdiu regulam AB. lente promovendo antrorsum et retrorsum, donec oculo in G. constituto et per n et c collimando (sicque videatur. 4to. In recedendo regula) stella centrum regulae DC stella ad c venerit, notetur distantia nF et FC. his habitis datur angulus ad n seu altitudo meridiana stellae, sit haec vg HS. Fig. 5to. Verum mane circa horam 6. observetur similiter altitudo ejusdem stellae in superiore meridiani semicirculo versantis, vg sit HM. haec atque prius inventa altitudo juxta tab. refractionis corrigatur. 6to. Minor altitudo SH subtrahatur a maiore MH. differentia dabit arcum SM. quare dimidium arcus SM. nempe SP. si addatur ad altitudinem minorem, SH summa erit arcus HP. elevationis poli quaesitus.

Coroll. Si elevatio poli inventa vg in nostro casu = arc. HP. (Fig. 98.) subtrahatur ex quadrante seu 90°. gr. residuum dabit altitudinem aequatoris = arcui PZ. Sit vg. altitudo poli Pelocii = 55°.26' facta subtractione a 90°. gr. habebitur elev. aeq. 34.3

Scholium tam ad inveniendam altitudinem merid. solis, quam stellarum in instrumento superius in probl. 2. descripto pro loco cruris AB. adhiberi canalis ligneus pice illitus et aqua plenus (Fig. 97.) huius enim ope planum horiz. reperitur exactius, quam adhibita libella

Probl. 5tum Horologium aequinoctiale construere. Fig. 99.

Resolutio. 1mo. Ex centro C quocunque radio describatur circulus, ejusque peripheria in 24. partes aequales dividatur, imprimis circuli in 4. quadrantes, tum singulos quadrantes in 6. partes aequales subdividendo. 2do. Figura sic divisa transferatur in utramque planum alicuius tabulae justae magnitudinis horaeque suo ordine inscribantur. 3tio. per centrum utrique commune trajiciatur stylus ad planum perpendicularis arbitrariae longitudinis. 4to. Erigatur tabula supra horizontem ita, ut angulus interceptus intra planum et horizontem sit = altitudini aequatoris loci, et linea horae 12. cum linea meridionali prius determinata congruat.

Demonstr. Cum planum ABDC. sit in plano aequatoris, utpote ad elevationem aequatoris collocatum, et stylus per-

pendicula

pendicularis congruat cum axe mundi, distan[tia] e[ni]m loci puncti illius, in quo erigit[ur] à centro terræ, respectu distantiæ solis e[st] contemnenda, ideoq[ue] umbra eius eodem modo in circulo circumscripto percurret æq[ua]les divisiones quemadmodum sol motu diurno circulum percurrit. Porro cum sol in autumno et hyeme intra æquatorem verset[ur], simil[ite]r in alt[er]o plano inf. horæ indicantur.
Scholion. Horologium æquinoctiale ut [in] plano æquatoris existat, fiat triangul[um] rect: ex aliqua mat[er]ia solida v[e]l ligno, cuius angulus obliquus ad basim debet eē = elev: æquatoris, huius itaq[ue] hypothenusæ applicet[ur] horologium, seu tabula in qua delineandum e[st] horologium.
Probl. 6. Crucem Gnomonicam construere. Fig 100.
Resolutio. 1mo. Construat[ur] crux solida ex aliquo metallo, v[e]l ligno, cuius Cruræ ABC. sint æqualia. 2do. Describat[ur] in charta quadrans in 6. p[ar]tes æquales divisus ductis rectis ex centro quadrantis ad puncta divisionum, 3tio Crux imponatur chartæ, in qua delineatus e[st] quadrans ita ut apex D. Crucis A congruat cum centro quadrantis D. et latus DF cum latere DF eius de quadrantis, et in crure longiori notentur puncta, in quibus occurrunt rectæ ex centro quadrantis ductæ, simil[ite]r eam cruram applicerit[ur] quadranti, et puncta notent[ur]. 4to. In punctis notatis describat[ur] horæ eo ordine ut in Fig. 100. 5to. Crux sup[er] linea meridionali versus austrum ad elevationem æquatoris colloce[tur] habebitur horologium æquinoctiale in cruce. Nam anguli crucis s[un]t tang[ente]s centra circulorum æquinoctialium, adeoq[ue] patet umbras in crucem projectas debere horas indicare.
Schol. Eiusmodi horologia quibuscunq[ue] figuris p[osu]nt inscribi, v[e]l stemmatis etc.
Probl. 7. Horologium horizontale construere. Fig. 101.
Resolutio. Ducatur recta ab, ex eius electo puncto c detur ei normalis ce, q[uæ] erit linea horæ 12. ex eodem puncto c. fieri debet angulus ad lineam meridionalem gcf æq[ua]lis elevationi poli, ex linea cf, in quolibet puncto f. erigatur perpendicularis fg. et in qua hæc tangit lineam meridionalem ce, ibi detur linea hi parallela ad ab. transferat[ur] gf eadem in ce ubi cadet in puncto l. hoc punctum erit centrum semicirculi, aut quadrantis, cuius radius est fg. fiat semicirculus. v[e]l quadrans gm, cum diametr[o] lm. parall: lin: ab. et hi. quadrantis arcus dividat[ur] in 6 p[ar]tes æquales, et p[er] puncta divisionis ex centro l. ducant[ur] rectæ obscuræ ad hi. ubi illa secant, ad ibi ex puncto c ducant[ur] rectæ, q[uæ] erunt lineæ horar[um], lineæ autem ac. et cb. erunt horæ 6. matut: et vesp. Hora 5. matutina habebitur, si linea horæ 5. vespertinæ continuet[ur], 4. si 4. etc.
In dirigendo horologio c prospicere meridiem, et e septentrionem.
Index sæpissime e[st] æqualis triangulo gcf. perpendicularis ad planum ex aliquo metallo. v[e]l solus cathetus fc. qui tunc e debet facere angulum gcf. v[e]l perpendiculari fn. ex fin cg demissa.

Probl. decim


Rdest.

Probl. 8. Horologium verticale meridionale delineare. Fig. vide ...

Resolutio. hoc genus horologij ita pagitur ac horizontale, nisi qd ex centro c fieri debet angulus aequalis complemento elevationis poli, id est aeqlis elevationi aequatoris. Linea horae 12. in pariete pendulo invenitur, filum enim penduli est semper terrae normale, itaq linea fili denotata, dari debet perpendicularis, quae erit terrae parallela, et erit linea horar. 6tar. mat. et vesp. deinde ex c ubi parallela terrae secat perpendicularem, fit opus ut in horiz. horol: cum angulo elevationis aequatoris, ut Vienna 63. 50. Jas..... 50. 40. Inde ex vulso ... ex stylo qui cum linea horae duod: faceret ang. aeqlem elev: aequatoris, ut ... 39. 20. in C. debet esse inj... .

Probl. 9. Horologium solare septemtrionale verticale delineare.

Resolutio. hoc genus horologij sciatherici nihilo differt a meridionali nisi q... invertitur operatio, et centrum c debet esse inferius, quam linea ki.

Probl. 10. horologium sciathericum orientale verticale delineare. Fig. 103.

Resolutio. Ducatur recta ab. sup hanc fiat ang. b c aeqlis complemento elev. poli, cuius crus longius ducatur, et fiet linea cb. linea ab. debet esse parallela terrae. Deinde lineae cb. ducatur parallela de. hac quae maiorem à cb. distaam habebit eo maius erit horologium, distaa haec int. parallelas cb. de. accipiatur pro radio, et ex quocunq puncto in linea de. fiat circulus in 4. ptes aeqles divisus, supra hunc ducatur tertia parallela fg. tangens circulum sicut et bc, deinde per centrum normalis ad cb. de. fg. haec erit linea horae 6. dein quadrans circuli dividatur in 6. ptes aeqles, et ex centro p puncta divisionis ducantur obscurae, qua ubi secent lineam cb. ibi dentur lineae horarum, quae servant ut in fig. stylus debet esse ut in polari infigatur in punctis, ubi tangit linea horae 6. circulum et parallelas cb. et fg. duo styli aeqles, ut in polari. Longitudo styli debet esse aeqlis radio circuli. Pt esse p indice litera T. q in centro circuli infigatur, et debet esse supra lineam horae 6. superpositus. dt esse aeqlis diametro... inferior stylus radio circuli.

Probl. 11. Horologium solare occidentale delineare Fig. 103.

Resolutio. Horologium solare occidentale ita peragitur, sicut et orientale, nisi qd angulus b ex linea ab. inverse, scil. ex a. fieri debet, quo omnis constructio invertitur, et linearum cb. de. fg. fines b. e. g. albiores sunt qm c. d. f. De caeteris ut et de indice videndum in orientali.

Probl. 12. Horologium polare delineare. Fig. 102.

Resolutio: Describatur circulus pro arbitrio, cuius diameter longius ex utraq parte extrahatur, et erit linea ab. ad qm ex centro erigatur perpendicularis, quae itidem erit diameter, et simul linea horae 12. haec linea, et ab. circulum secabunt in 4. ptes aeqles, quar. qualibet in 6. dividi debet, id est quaelibet quarta pars peripheriae, dentur dein parallelae duae ad lineam ab. ita, ut in uno puncto tangant circulum, ad has parallelas ex centro p puncta peripheriae divisae antea ducantur obscurae lineae, qua ubi tangunt parallelam, ibi dentur lineae horar. pperpendiculares ad parallelas, ut in figura.

Melius c

Melius ē divisō unō quadrante circuli in 6. ptes. ducere obscuras ad parallelam, et puncta, ubi eam secant transferre in altā ptem eiusdem lineæ atq' in parallelum ēt. Hæcipsa puncta singula transferantr in utramq' ptem, ad quæ puncta, ut antea, lineæ horaæ dentr, ac suō ordine, q̄ indicari pñt, scribantr. Hāc methodō in omni horologio utendum videtur.

Hōc pactō planum, in quo ē h. horologiū factū imponatr altī plano ād libellā dispō in linea meridionali, et ope quadrantis elevetur à septentrione versus austrum gradibus elevationis poli. ut eg Jascroviæ 39. 20. Hæc spectat ut linea horæ 12. in linea meridionali sit. In punctis. ubi circumferentiam tangit linea horæ 12. infigantr styli æqlis longitudinis sibi paralleli, et ad planū duū ppēdiculares, sup eos opportunius stylus ponatr, nimirum. q ambobus supra dictis stylis suis cuspidibus imponeretur. Hōc obsərvatō, indicabuntr horæ sī tot tū qt in æquinoctiali. Si duo styli supra dicti transfigantr ād inferius planum, et similitr eis 3tius imponeretr, atq' horæ eōdem labore, quo et supius inventæ describerentr quædam item horæ inferius indicari possent, qd et in æquinoctiali pt ēē, sicut dictum est.

NB. p. quovis horologio solari hæc debent omnino ēē: 1mo. Inveniatur linea meridionalis p probl. 1. in plano, in quo ē ponendū planū ui constructi. 2do. Linea horæ 12. in facto horol. sciath. ambā extremitte lineæ meridionali incumbat, hoc lilet planum, in quo ē opus sit elevarieum. 3tio ut planū in quo ē cōstructio horologii, semp ponatr in altō plano ād libellam dispō. 4to. Ut Index sit parallelus axi terræ, quot fit observando regulas cōstructionis.

Probl. 13. Invenire declinaōnem plani verticalis

Resolutio: 1. In plano horizontali iuxta verticale ptō infigatr stylus p pdicularis. 2do ope horologii solaris ad motus. solis compti. observetur umbra styli in principio horæ 6. in eaq' umbra notetur punctum p qd et centrū, in quo ē intixus stylus ducta recta erit intsectio plani horizontalis, et verticalis primarii. 3tio. Recta p centrum styli. ducta parallele ad planum verticale cum linea p punctum in umbra designatū transeunte detminabit angulum declinationis plani verticalis. à primari verticali, qd ō quadrupli. Venid sepsiūs

Probl. 14. Infixo stylo parieti invenire declinationem plani verticalis Fig. 104.

Resolutio. 1mo. Ducatr in plano parietis recta AB. qd ope ponderis è filo ... suspensi fieri debet. 2do. In aliquo puncto lineæ AB vg C. infigatr stylus perpendicularis arbitrariæ longitudinis, et ipso meridiei momento obsərvetur punctū umbræ projectæ à vertice styli vg. C. noteturq' aliquo signo. 3tio: Per punctū E ducatr normalis ād AB, nempe DF. et ex F transferatr longitudo styli versus A. nempe in C. 4to. Radio FC. fiat arcus FS. secans umbrā in S. arcus FS. applicatus quadranti dabit qntittē graduū declin. parietis.

Declinatio planorū solet quæri ope acūs magneticæ, ꝯ hāc methodō ñ satis accuratē declinaō planorū detminatr ob variettē ipsius acūs.

Probl. 15. Delineare horol. verticale à meridie in occ: declinans Fig. 105.

Resolutio

Resolutio 1º. Obscuris lineis delineet horologiu horiz: p probl. 7. 2do. puncto C in quo linea meridiana recta KL. secat transportatorio determin angulum declinaonis xy 15º et ducatur p punctu C. recta AB. faciens cu KL. angulum declinaoni æqualem 3tio. x puncto C erigatur perpendicularis CF = victam centri horologij verticalis meridionali à linea contingentiæ. linea autem contingentiæ dicitur ea, in qua fiunt divisiones horaru. 4to. Ex C ducatur CD. ad AB. perp. et ex D versus F. erit DF. linea substylaris sup. qua stylus erigitur. 5to. Totu hoc schema verticalis horologij transferatur in parietem cuius declinao inventa e xy 15º et linea AB. in muro ducatur parallelè ad horizontem. 6to. Ex lineis CD. et DF. componatur rectangulu FDC. et secundu angulu F sup linea substylari erigatur, et firmetur stylus par hypothenusa FC. horæ autem eo ordine inscribantur ut in Fig. 105.

NB. in figura 105. e error, na CD debet ee = CB, sicut in alijs horol. quare malu opus

Coroll. 1. Simili modo describuntur horologia in planis à meridie declinantibus in ortum, et tunc pars AC ultra KL deprimitur et DB attollitur.

Coroll. 2. Quoniam horologia septentrionalia et meridionalia inversa, ut horologium à septentrione in ortum v occasum declinans, et inverti ita ut centrum F respiciat horizontem, et e Zenith, horaq à dextris in sinistram et vicissim transferendæ, omibus illi lineis horarijs q in h plano indicari pnt.

Schol. Cu planum ab austro v septemtrione valde declinat, sufficit lineas horariarum ptem aliqm rectangulo comprehendere, et lineæ substylaris parti imminentem portionem indicis obliqui binis fulcri debitam rationem int se habentibus tantum adhibere, qd ope 3anguli FDC facile determinatur.

Probl. 16. Horologia verticalia describere ex horologio horizontali

Resolutio: 1mo. Horizontale horologium exacte delineatum collocetur horizontalit ante parietem, in quo verticalia st delineanda, et firmetur in situ suo debito, nimirum ut horas secundum motum solis horas monstrare possit. 2do. Ex centro horol. horizontalis dicto modo collocati educatur filum indicem angularem radens, illudq extendatur donec murum attingat. punctum, in quo murum attinget filum, erit centrum futuri horologij, et styli infigendi sub angulo qm filum cu pariete efficit. 3tio. Astricti stylus parieti infigetur filum sua extremitte centro horologij horizontalis affixum successive extendatur p lineas horarias horologij horiz: et in punctis in quibus attingit parietem imprimantur notæ. Quodsi filum sup aliqm lineam horariam extensum n possit contingere murum, signum e illa horam n posse notari in pariete. 4to. A centro pro horol. in muro notato ducantur rectæ ad singula puncta in muro notata, et aliqua figura ornamenti gratia circumscribantur eiusmodi lineæ, habebitur horol. verticale.

Schol.

76. Schol. Quo remotius horologium horizontale collocabitur a pariete, eo majus delineabitur verticale, et quo propius, eo minus.

Probl. 17mum. Horologiũ quodcunque verticale ex horizontali delineare.

Resolutio. Collocetur Horol. horiz: ut in superiore probl. indexque in parietem simili modo, nempe per filum infigatur. Notenturque puncta in pariete indicata per stylum eo ipso tempore, quo indicantur horae in horol. horizontali; dein per puncta ducantur lineae ex centro indicis, et erit horologium verticale.

Probl. 18. Analemma, signiferum seu radium Zodiaci delineare. Fig 106.

Resolutio. Analemma est instrumentum seu figura cuius ope signa Zodiaci horologijs solaribus inscribuntur ad indicandum locum solis in Ecliptica. Construitur autem hoc modo. 1. Ducatur recta AB arbitrarie longitudinis, quae referet aequatorem, et radio AB fiat arcus CD, et ex puncto E versus C et D utrinque numerentur ope transportatoris gradus declinationis eclypticae 23 1/3 circiter compleaturque triangulum DAD. 2do. ex E in n et n notentur gradus 11° et 1/2 circiter, ex E in p et p gr. 20° et 1/2 circiter. 3tio. Lineis ex centro A. per puncta notata ductis, et ad arbitrium productis adscribantur signa Zodiaci habebiturque analemma signiferum.

Schol. Ope huius instrumenti in horologijs solaribus designabuntur curvae, quas umbra indicis sole in signum aliquod Zodiaci ingrediente describit, qua autem ratione curvae designari possint. V. probl. sequens.

Probl. 19. Horologio Horizontali inscribere signa Zodiaci. Fig. 107.

Resolutio. 1. Construatur horologium per probl. 7. lineis occultis. 2. Posito pede circini in puncto D. et altero pede protenso usque ad E. Distantia DE transferatur in Analemma ex centro A. versus B. notetur punctum, per quod ducatur linea 12mae. Similiter transferantur in Analemma Da, Db, Dc etc. 3. In radio Zodiaci ex puncto A erigatur perpendicularis AF aequalis longitudini axis seu styli obliqui. 4. In eodem radio Zodiaci ex F per puncta designata in linea AB ducantur lineae F12. F11. F10. etc. et ad AB parallela ~~parallela~~ FD. 5. Ex puncto F ducatur FE item, ut cum recta FD comprehendat angulum aequalem angulo EFD. 6. Quoniam in radio Zodiaci recta AB repraesentat horologij lineam KL. capiantur circini intervalla ab. ad. cf. etc. et in lineis horologij sursum notentur puncta posito pede circini in singulis punctis habebuntur termini per quos ducta curva designabit parallelum cancri, simili ratione invenientur paralleli singulorum ♊ et ♌ ♉. ♍. si in linea Zodiaci AB posito uno pede in punctis b. d. f. f. etc. alter pes ad lineas ♊ et ♌. ♉ et ♍ extendatur. 7. Ut inferiores paralleli signorum inveniantur, sumantur intervalla ex signo Zodiaci pro singulis horis b et 12. d et 12. etc. et in linea horologij KL ex punctis E. a. b. etc. in lineas horarias transferantur deorsum, per extremitates intervallorum ducta curva dabit parallelum pro signo capricorni

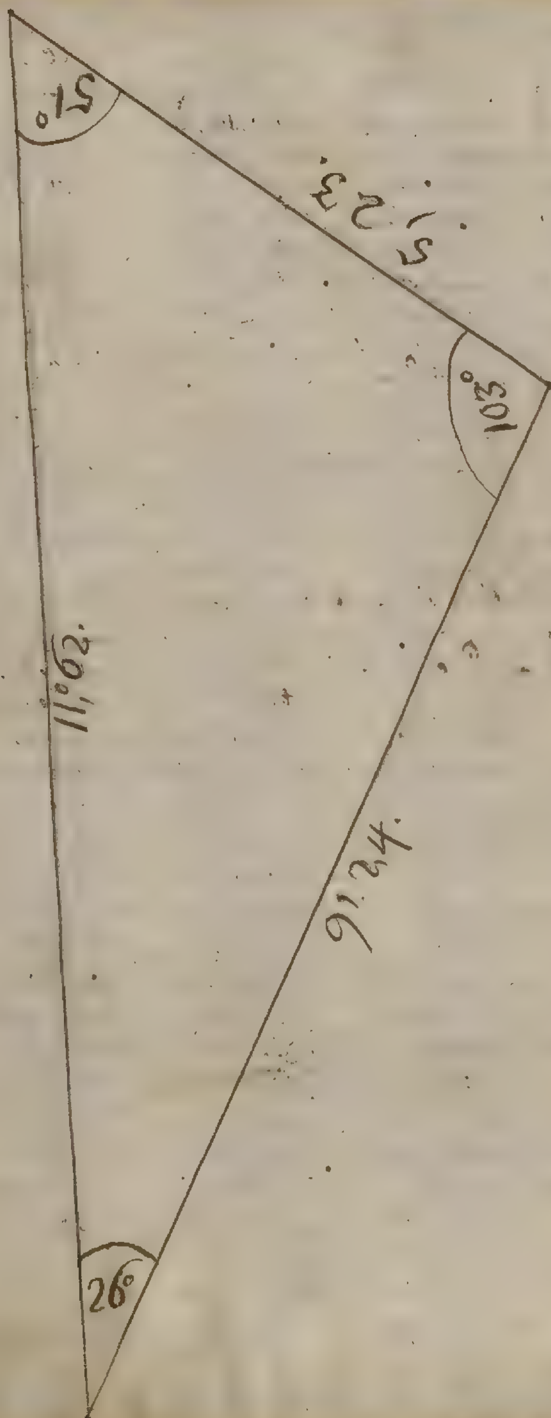
coeteri reliqui paralleli inveniuntur eô modo ut n<sup></sup>ro 6to.
Probl. 20. Verticali inscribere signa Zodiaci. Fig. 109.
Resolutio. 1. Paretur Analemma ligneum vel orichalceum vel papyraceum et ex charta crassiore excisum Vide Fig. 106. 2do. In centro horologij iam delineati affigatur regula mobilis AB. in eaque longitudo styli obliqui AF. designetur 3. Analemma centro suo applicetur fixè regulae in F ita, ut Analemmatis recta FD. sit perpendicularis ad regulam AB. 4. Regula cum instrumento sibi affixo ita moveatur ut linea FC ♎ rectam Ka horologij secet in C. tum in hoc situ firmato Analemmate, filum ex centro instrumenti eductum applicetur successivè omnibus signis Zodiaci in Analemmate descriptis, et videatur ubi filum lineam 12mae secet eiusmodi puncta intersectionis erunt sursum a. b. c. etc. et deorsum f. g. h. his punctis designatis. 5. Promoveatur regula cum instrumento ita, ut filum in analemmate extensum per lineam D. et ♎ intersecet tam rectam horologij Ka. quam lineam horae 11ma, atque in hoc situ firmato instrumento applicetur filum ad singula signa instrumenti, hoc filum secans lineam horae 11mae designabit puncta. Similiter inveniuntur puncta in alijs lineis horarijs iam per inventa puncta ductae curvae designabunt parallelos signorum.

Schol. Haec Methodus inscribendorum signorum differt illi, de qua dictum est in probl. 19. hac enim operatione non modo horologijs, horizontali, et verticali directo, sed etiam declinantibus facili negotio, et satis accuratè inscribuntur signa Zodiaci, praesertim si horologia non adeo magna delineantur.

Probl. 21. Horologio Aequinoctiali inscribere parallelos signorum. Fig. 110.
Resolutio. 1. Construatur Horologium aequinoctiale, et erecto stylo, eius longitudo AF. applicetur normaliter analemmati ad A sit longitudo v.g. AF. 2. Quoniam sol aequatori parallelos describit motu diurno, paralleli signorum designabuntur per circulos aequinoctiali concentricos. Itaque ut reperiantur radij, quibus paralleli signorum sunt describendi ex centro horologij in analemmate ex extremitate styli assumpti AF. demittatur perpendicularis F1. et parallela ad AB. erunt radij quaesiti parallelorum aequès intervallis F1. F2. F3.

Probl. 22. Horologijs Orientali, Occidentali, Polari inscribere parallelos signorum.
Resolutio. In analemma ex A versus B. transferatur longitudo styli A. q. quae est radius circuli Fig 111. tum in horologijs assumpta distantia A Fa, Ab. Ac. transferantur similiter ex A versus B. et per puncta notata ducantur rectae secantes lineam AB. analemmatis ad ang. rectum ijsque inscribantur horae ut in fig. 112. 2. In horologium orientale vel occidentale sicuti lineis declinatum transferantur paralleli hoc modo. 1. capiatur distantia in analemmate Do. et transferatur in lineam horologij AD. utrinque, nempe pro uno [illegible] circinum in D. altero notatur puncta in dicta linea AD. quae est linea 6tae. Assumpta distantia in analem. a7. a2. a7. transferatur etiam utrinque ex A. in linea [illegible] et ... per puncta notata ducatur curva, quae designabit parallelos signorum, et penes lineam 12mae inscribantur signa.

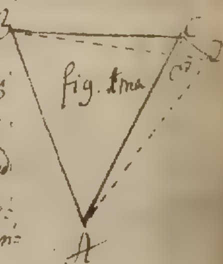
[illegible]


51°
5,23.
103°
11,62.
9,24.
26°

Observationes ad Trigonometriam planam

Ope Trigonometriæ possunt resolvi longe exactius et citius omnia problemata, quæ vidimus in Longimetria, nam semper habemus triangula, in quibus dantur duo latera, et unus angulus, aut duo anguli et unum latus, aut tria latera. Adiungemus solummodo hic nonnulla principia ad cognoscendum, quantus possit irrepere error in latere quæsita ex errore dato in angulis.

Theor. 1mum. Cum quæritur BC. ope duorum laterum cognitorum AB. AC. et anguli comprehensi A. si committitur error aliquot minutorum in angulo A. Dico errorem in latere invento ad errorem anguli :: sin C ad R.




Demonstratio. Sit ang. erroneus BAD maior vero BAC. Ex puncto A radio AC describatur arcus CD. et ex puncto B radio BC. describatur item arcus CE. Cum hi arcus sint paucorum minutorum possunt accipi pro lineis rectis perpendicularibus ad suos radios, igitur ang. BCE et ACD sunt ambo recti, adeoque æquales. Et si resecetur ang. communis ACE residui anguli BCA et ECD sunt æquales, sed in Triangulo rectangulo CED est ED: CD:: sin CED : Radium /: Elem de la Caille 747.:/ hoc est error in latere est ad errorem in angulo, ut sin anguli BCA quæ est ang. BCA, est ad radium. Si angulus BCA manet constans ratio sui sinus ad radium est etiam constans similiter si angulus erroris CAD. maneat constans; sed quando latus AC aut AD. minuitur, evidens est, quod arcus CD, qui mensurat angulum CAD minuetur in eadem ratione, et consequenter minuetur error ED in latere intercepto.

Col. 2dum. Alternando præcedentem proportionem habetur ED ad sinum BC...
sicut CD ad radium, Ergo arcu CD et Radio manentibus constantibus ED minuitur in eadem ratione, qua ratione minuitur sinus BCA. Atqui ang. B... eo magis minuetur, quo ang A propior erit lineæ BC. Ergo propter has ... nes eligenda est statio proxima /: quantum potest:/ lateri quæsito BC ... ...em ut AB. AC sint fere æquales.

Theor 2. Cum ope unius lateris AC et ope duorum ang. quæritur aliqua distantia AB. tunc si committitur aliquot minutorum error in uno tantum ang Eg in C Dico errorem in latere intercepto esse ad errorem anguli C, ut Radius ad ... tertii anguli.

Demonstratio. Sit BCD angulus erroris. Ex centro C radio BC descri...

... BC, qui cum sit exiguus pro linea recta et perpendiculari ad CB. BD igitur erit error in latere quaesito. Atqui in triangulo rectangulo BCD habetur BD : BC :: R : sin D ad sinu scil: 3tii anguli, qui est D.



Coroll. Quamdiu igitur BC manet constans factum mediorum, et extremorum erit constans. Igitur error BD minuetur prout sinus anguli D crescet. Ergo error BD tunc erit omnium minimus, quando in D erit angulus rectus. Eligenda est igitur statio eo modo, ut angulus B proximus sit angulo recto, quod certe erit si angulus A + C valebunt circiter gradus 90.

Theor. 3tium Si irrepsit aliquis error in mensurando angulo A, novus error, qui resultat in latere quaesito AB est ad errorem in angulo A, ut Cos anguli H ad suum sinum.

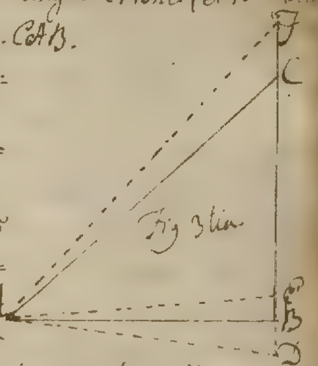
Demonst. Sit YAD (in fig. praecedente) angulus erroris additus angulo vero BAC. Latus erroneum AY occurret alteri lateri erroneo CD in H. Ex puncto A radio AD describe arcum DY, qui habebitur pro recta et perpendiculari ad AH. Novus error erit YH in latere quaesito. Jam vero YH hoc est error iste ex duobus angulis erroneis proveniens facile determinatur. Nam in triangulo rectangulo est YH : YD ut sinus anguli D ad sinum anguli H seu ut Cosinus anguli H ad sinum H, qui est D.

Coroll. Manente YD constanti YH minuetur respectu YD ea ratione, prout Cosinus H minuitur respectu sin H. Sed Cosinus H evadit zero, quando sinus H equalis radio Ergo iterum ex hac causa melius est ut 3tius ang in B sit rectus.

Schol. Eadem ipsa demonstrationes adhiberi possent si anguli erronei non majores (ut supposuimus) sed minores veris essent. Sed tunc errores essent subtractivi non additivi, ut prius, nam latus quaesitum minueret non augeret ut in suppositione 1a. 2do. Si in uno angulo error esset positivus, hoc est, maior vero, in altero negativus, hoc est minor vero propter compensationem in hoc casu (: si tantum augeretur unus, quantum minueretur alter angulo vero:) error nullus irreperet in latus quaesitum, aut saltem insensibilis foret.

Theor. 4tum. Si in mensuranda altitudine committitur error in angulo altitudinis A altitudo erronea v.g. BF est ad altitudinem veram BC, ut tangens anguli erronei FAB, ad tangentem anguli veri CAB.

Demonr. Si accipiatur AB pro radio BF erit tangens anguli erronei, et BC anguli veri Ergo BF:BC :: Tangens FAB : Tang. CAB.




Corol. Si angulus verus, et angulus falsus maneant constantes. altitudo falsa crescet pro ratione altitudinis verae.

Corol. 2dum Ex Canone tangentium apparet, quod illi magis crescat, si sint angulorum maiorem graduum numerum habentium, quam si sint angulorum parvorum, ergo idem ipse error in maiore angulo dabit in latere quaesito errorem maiorem, quam in angulo minore. Curandum igitur ut angulus altitudinis sit parvus, et propterea statio a quaesita altitudine remotior debet esse, non tamen nimis remota, nam propter refractionem luminis non potest exacte determinari angulus altitudinis, Commodissime itaque erit si statio ita eligatur, ut ang. altitudinis sit circiter 45 graduum.

Theor 5tum in fig. 3tia :/ Si Diameter Graphometri esset parum inclinata respectu horyzontis error negativus − BE aut positivus + BD, qui irreperet in altitudinem quaesitam esset ad altitudinem veram BC ut Tangens ang inclinationis BAE aut BAD est ad Tangentem anguli veri BAC.

Demonr Patebit veritas si AB accipiatur pro radio, nam tunc BD, aut BE est Tang anguli inclinationis, et BC Tangens anguli veri.

Ista observationes sufficiunt ad declarandum, quantum praxis indiget theoria.

Theor. 6tum. In resolutione omnium 3ang. in quibus adhibentur proportiones sinuum ad latera opposita, error in latere quaesito erit tanto maior, quanto angulus lateri oppositus erit minor, et contra error tanto minor, quanto ang. oppositus lateri erit major. Nam ex ipso intuitu Tabularum satis patet, quod sinus angulorum minorum longe rapidius crescunt, quam sinus ang. majorum, ex. g. Differentia inter sinum 5o, et sinum 5o 20' est = 579. Jam vero Differentia inter sinum 50 et sinum 50 graduum et 20' est 372, ergo cum latera augeantur, aut minuantur pro ratione sinuum angulorum oppositorum, error 20' minutorum in ang 5o in latus quaesitum inducet maiorem errorem, quam idem error 20 minutorum in ang 50 graduum Et hi duo errores in latere quaesito essent inter se ut :: 579 : 372.

Corol. Inde apparet, quod in resolutione 3angulorum quando possunt eligi loca stationis /: cum per sinus resolutio instituitur nunquam esse adhibendos minores angulos quam graduum circiter 30.

---

Problemma. Cognitis 3bus lateribus 3anguli ABC. et observatis tribus

angul

angulis ex puncto aliquo D intra vel extra trianguli acceptis eg. ADC, BDC ADB. invenire distaam DA. DB. DC. ex eodem puncto D.

Resolutio Graphica. In medio N totius unius lateris dati vg AC erigatur perpendicularis indefinita NF. 2do In extremitate lateris accepti AC huce in C aut in A facias ang cum eodem latere aequale complemento anguli observati ADC. si ille est acutus, aut aequalem ejus excessui supra 90°, si ADC est obtusus. Linea CF occurret perpendiculari in F. Ex puncto hoc F radio FC describe circulum CAD. 3tio. In medio Y alterius lateri BC eleve perpendicularem indefinitam YE. et fac eam in C aut in B cum latere BC angulum aequalem complemento anguli observati BDC aut aequalem excessui supra 90°, si angulus observatus BDC sit obtusus. Linea CE occurret perpendiculo in E. Ex puncto intersectionis E radio EC describe circulum CBD, qui secabit primum circulum in C et in D. Dico punctum D esse punctum quaesitum, et rectas DA, DB, DC illas esse, quae quaerebantur. Itaque ope Circini et Scalae Geometricae determinabitur distantia DA. DB. DC.

Demonstratio Graphicae resolutionis. Angulus ad centrum YEC aequale supplemento BDC ad 180°. Ergo ~~duo trianguli habent~~ habet pro mensura arcum, cui insistit, ut in hoc casu dimidium BC. atqui angulus ad peripheriam BDC habet pro mensura ½ ejusdem arcus BC /: fig n° 1mo et n° 2do :/ aut habet pro mensura dimidium sui complementi ad 360 /: ut in fig n° 3tio :/ Ergo in fig n° 1. et 2. YEC est aequale BDC ut in fig n° 3tio. YEC aequale supplemento BDC ad 180° Ergo duo hi anguli habent eadem complementa ad 90°. Sed YCE est anguli YE complementum, et per constructionem YCE est = complemento anguli observati BDC. Ergo ang BDC est = angulo observato, qui habebat pro basi BC. Ergo punctum D est vertex communis cum angulo observatoris, qui est.

Hoc problema ut per calculum quoque Trigonometricum possit resolvi praemissa graphica descriptione ejusdem figurae ad dirigendum calculum. Inventa centra duorum circulorum conjungo per rectam EF hoc erit perpendicularis ad chordam DC, et illam secabit in medio /: Elem 440 :/ Tandem primo in Triang NFC rectangulo N nota sunt, NC nam est dimidium lateris dati AC notus ang NFC = ADC nam per constructionem NCF = complemento ADC. Ergo NFC = ADC. Inveniam itaque FC.

2do In Triangulo ECY Rectangulo nota sunt YC = ½ BC notus ang YEC

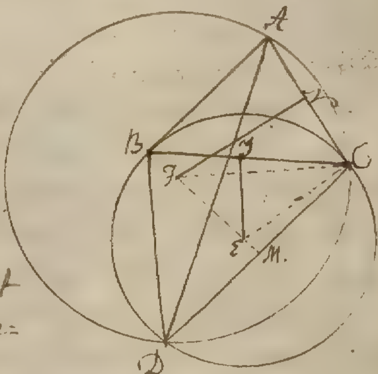
FEC, q. e. æqualis ang BDC dato; uterq. enim ang habet pro mensura dimidium arcûs BC. Inveniam itaq. ........ BEC.

3tio. In 3ang EFC nota st duo latera EC, FC. notus ang FCE, nam FCE = ang ACB, q. prius inveniri debet ope Theore Datis tribus lateribus invenire angulos; + ang BCE, q. e. = complemento ang dati BDC − ang NCF q. e. = complemento ang ADC. obtinebo ang FEC p. hoc Theor. Datis duobus lateribus cum ang comprehenso invenire reliquo angulos.

4to. In Triang CEM rectangulo in M nota sunt EC et ang MEC, q. e. deinceps positus anguli inventi immediate FEC. Itaq. dimidium chordæ inveniam MC.

5to. In 3ang CDA nota st AC, CD, et ang observatus ADC. Inveniam AD.

6to. Tandem in 3ang BCD nota BC. CD. et ang BDC, notus eam ang BCD q. e. æqualis BCE + ECM, q. ECM innotescat ex resolutione 4ti Trianguli et in BD.




Problemma 2dum. Construere varios transportatores rectilineos, seu scalas Trigonometricas, ut possint construi, et mensurari in papyro anguli dati longè exactius, quam per Semicirculum.

Resolutio 1ma pro Scala sinuum. 1mo. Sit ad manus scala Geometrica in mille partes exacte divisa, cujus tota longitudo accipiatur pro basi scalæ sinuum hoc est pro sinu graduum 90°. 2do. In extremitatibus hujus baseos erigantur perpendiculares, et utraq. perpendicularis sit divisa in 12 partes æquales. per hæc divisionum puncta ducantur 12 parallelæ æquales basi.

3tio. Ex tabula canonis sinuum naturalium accipe sinus cujusq. gradus ab 1°. usq. ad 60. rejectis 1 notis à parte dextra residuæ partes sumantur ex scala Geometrica et transferantur successive in basim construendæ scalæ sinuum, scilicet incipiendo a Zero, et progrediendo versus 90°, mensura partium acceptarum semper transferantur in ultimâ etiam parallelam.

4to. Junge per lineas transversales zero in parallela suprema, et 1 in infima similiter punctum 1° in parallela suprema, et punctum 2° in infima etc. gradus decimales gradus sibi correspondentes junge lineâ perpendiculari v.g. 10 et di 20 et 2

20 et 20. 30 et 30. etc.

to Post acceptos gradus 60° n̄ accipit̲ 61°, sed 62°. 64°, 66° usq. ad 70°. post 70° accipit̲ gradus quaternō gradū auctus usq. ad 90° hoc ē: 74°. 78°. 82°. 86°. 90°.

Resolutio 2da pro Scala chordarū. 1mo. Accipe pro basi duplū scalæ 1000 partium, et ducas simili ratione ac in scala sinuum, 2 ppēdiculares, et 12 parallelas.

2do. Accipiant̲ ex tabula sinuum partes, seu sinus naturales cujuslibet dimidij gradus v.g. 30'. 1°. 1°. 30'. 2°. 2°. et 30'. 3° etc. usq. ad 90°. Tres notas à dextra ex sinibus reseca, residuum duplica et iterum unam rejice notam. Habebis ōes chordas ab 1° usq. ad 180°, ita ut chorda 60° contineat in se partes 1000.

tio. Partes acceptas ex scala Geom: transferas successivè /: procedendo semp. ex 0 versus 180°:/ in supremā et infimā parallelam. Junge similitr ac superius, 1 et 0, 2 et 1, 3 et 2 ut haberentur minuta. Decimales sibi correspondentes propter distinctionem junge perpendicularibus.

Resolutio 3tia pro Scala Tangentiū. 1mo. Sume pro basi scalam 1000 partium, similitr ducas 2 ppendiculares, et 12 parallelas.

do Transferas in basim successivè ōes tangentes /: rejectis 4 notis:/ à 0, usq. ad 45° Tum facias transversales, et ppēdiculares, ut in resolutione 1ma, et 2da.

Problemma 3tium. Facere angulū in papyro certi nrī gradium et minutorum assignati. 2do Mensurare angulum datum in papyro.

Resolutio. Per scalam sinuum facere angulum. 1mus Casus. Si ipse debeo facere angulum certi numeri graduum assignati.

mo. In linea aliqua ex puncto, in quo volo facere verticem anguli transferat̲ Cosinus acceptus ex scala sinuū anguli assignati. v.g. si angulus assignatus esset graduum 60° tunc Cosinus esset 30°, itaq. 30° gradus esset accipiendi.

e. In extremitate Cosinūs assignati in linea eleve perpendicularem, in qm ex puncto, ubi terminabit̲ Cosinus transferas sinum numeri graduum assignati accepti etiam ex scala sinuum.

io. Per punctum, quod secabit perpendicularem, et per verticem designatum anguli ducat̲ linea, hæc cum prima linea faciet ang: assignatum.

dus Casus. Si volo scire quot gradus in se sit angulus factus in papyro.

1mo. Ex vertice anguli transferas in alterutrum latus sinum totum, seu totam longitudinem scalæ sinuum. 2do Ex extremitate huius distāē

demitte

demitte perpendicularem ad alterū latus, accipe circino longitudinem huius ꝑpēdicularis, et transfer in scalam sinuum incipiendo à zero, t'minus, quem tanget alterum crus designabit numer graduum anguli descripti. Si adhibeant' transversales, determinabit' ang. n̄ in gradibus solū, sed eam in minutis primis.

Resolutio 2da ꝑ scalam Chordar' quomodo facere angulum? 1mus Casus.

1mo. Ex puncto in quo vis habere verticem anguli radio æquali chordæ 60°. describe arcum indefinitum.

2do Accipe ex scalā chordar' circino gradus assignatos, et unum crus circini fige in puncto intersectionis, altero cruri seca arcū descriptū, ꝑ punctū huius intersectionis et ꝑ verticem anguli ducas lineam rectam. hæc cū 1ma recta dabit angulum, qui desiderabatur.

2dus. Casus. Mensurare angulum descriptum ꝑ scalam chordarum.

1mo. Ex vertice anguli descripti radio æquali chordæ 60° describo arcum in uno ex datis lateribus, producto etiam si opus fuerit.

2do. Sume longitudinem ex duobus intersectionum punctis, ut eam transferas in scalam chordar', unū crus circini infigendo zero, alterum puncto, quod attingi potest. Et sic scies, q̄t gradus datus angulus in se contineat.

Resolutio 3tia per scalam Tangentium facere angulum. 1mus Casus.

1mo. Ex puncto in quo vis ponere verticem anguli transferas in rectum tangentem anguli 45° acceptā ex scalā Tangentium.

2do In extremitate huius longitudinis eleve ꝑpēdicularem, q̄m secabis longitudine accepta ex eadem Tangentium scala, q' longitudo erit tot graduū quot graduum angulum volo facere.

3tio. Per punctū hoc et ꝑ verticem anguli ducta recta, faciet cum prima angulū graduū desideratorum.

2dus Casus. Per scalam Tangentiū mensurare angulum.

1mo. Ex vertice anguli facti transferas in alterutrum latus tangentem 45°. In cuius extremitate erigat' ꝑpendicularis terminata ꝑ alt'um latus producti eum si opus fuerit; Hanc longitudinem transfer in scalam Tangentium, et invenies quot gradus angulus descriptus in se contineat.

Nota. Supposuimus in hac ꝑ Tangentes resolutione angulum minorem 45°; sed si maior eet vg. 56°. In primo casu opportet in vertice anguli elevare ꝑpēdicularē et cū hac facere angulū æqualem complemento ang determinati. Evidens enim ē, q̄d residuū ex ang recto continebit gradus datos et sic ang. certi n̄ri describet'.

In 2do casu

in 2do casu. Ex vertice anguli eleve perpendicularem, q secabit longitudine 45° Tangent. Ex hoc puncto intersectionis, usq ad occursum lati accipiat circino longitudo, hæc longitudo transferat in scalam Tangent residuũ ad 90° gradus, seu complementum dabit magnitudinem in gradibus anguli descripti. Si ang. eet obtusus, tunc tam in faciendo, quam in mensurando angulo ex vertice erigat prius ppendicularis, q designabit ang. rectum. Excessus autem supra 90° erit ang. acutus, qua quem ratione fieri, aut quomodo mensurari debet, ex præcedentibus patet.

Nota 2do. Ex constructione scalæ sinuum apparet, quod distaã lineæ transversalis ab una parallela ad altã proximã a zero usq ad 60° valet 5 minuta /: 5 enim $\times 12 = 60' = 1°$.

Jam vero a 60° usq ad 70° distantia trãsversalis ab una parallela ad pximã valet 10 minuta, cũ post 60° sinus accipiunt in progressione arithm cuius diffra 2. Et $10 \times 12 = 120' = 2°$.

Tandem cum a 70° ad 90° accipiunt sinus in eadem progressione, cuius diffrã e 4°, ideoq distacã transversalis ad proximam parallelam valere debet 20' Ergo $20' \times 12 = 240' = 4°$.

Nota Ex tribus generibus scalar Trigonometricarum, q eet commodior, usus docebit. Scala Tangentium est commodissima, quando plurimi anguli sunt construendi, qui terminant p unum latus omnibus angulis commune, et accidere pt in horologijs solaribus /: vulgo Kompassij ubi anguli horarij construunt. 2do Scala chordar, si longitudinis exiguæ, vel saltem mediocris esset, ad usum est aptissima, cum citissime et fieri, et mensurari anguli possint, sine ullis etiam in angulis obtusis perpendicularibus, ut vidimus in scala lignea Londinensi.

NB. Principium Trigonometriæ est in sequenti pagina post sinus usq ad Logarithmos, tum præcedentia observanda, sive observationes usq ad hunc locum sequuntur. Incipit itaq Trigon ab hoc Theor. In Triang. n' st int se etc.

Canones Sinuum, Tangentium, Secantium cum aliquot eorũ minutis primis, cum eorundem Sinuum, Tangentium, et Secantium Logarithmis usq ad 90 gradus modo sequunt, quia vero Secantes non sunt in usu, ideo hic illas in sequentibus Tabulis omittimus

Gradus primus

Gradus primus. — Gradus secundus — Gradus Tertius — Gradus quartus — Gradus quintus

| Grad. | Min. | Sinus. | Log. Sinus | Tangent | Log. Tang. | Grad. | Min. | Sinus | Log. Sin. | Tangent | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gradus primus. | 5. | ---145,44. | 7.1626960. | --14544. | 7.1626964 | Gradus sextus. | 5. | -8860.46. | 8.9474561. | -8895.44. | 8.9491676. |
| | 10 | ---290,89. | 7.4637255. | ---290,89. | 7.4637275. | | 10. | -9005.32. | 8.9544991. | -9042.06. | 8.9562672. |
| | 15 | ---436,33. | 7.6398160 | ---436,33. | 7.6398200 | | 15. | -9150.16. | 8.9614288 | -9188.71. | 8.9632945. |
| | 20 | --- 581.77. | 7.7647537. | --581,78. | 7.7647610 | | 20. | -9294.99. | 8.9682407. | -9335.40. | 8.9701330. |
| | 25 | --- 727,21. | 7.8616623 | --727.23. | 7.8616738 | | 25. | -9439.79. | 8.9749624. | -9482.13. | 8.9769060. |
| | 30 | ---872.65. | 7.9408419. | --872.69. | 7.9408584 | | 30. | -9584.58. | 8.9815779. | -9628.90. | 8.9835769. |
| | 35 | --1018.09. | 8.0077867. | --1018.14. | 8.0078092 | | 35. | -9729.34. | 8.9880834. | -9775.72. | 8.9901487. |
| | 40 | --1163.53. | 8.0657763. | -1163.61. | 8.0658057. | | 40. | -9874.08. | 8.9944968 | -9922.57. | 8.9966243. |
| | 45 | -1308.96. | 8.1169262 | -1309.07. | 8.1169634 | | 45. | 10018.81. | 9.0008160 | 10069.74. | 9.0030066. |
| | 50. | -1454.39. | 8.1626808 | --1454.54. | 8.1627267. | | 50. | 10163.51. | 9.0070436 | 10216.41. | 9.0092984. |
| | 55 | -1599.82 | 8.2040703. | --1600.02 | 8.2041259 | | 55. | 10308.19. | 9.0131823. | 10363.40. | 9.0155021. |
| | 60 | -1745.24. | 8.2418553 | --1745.51. | 8.2419215 | | 60. | 10452.85. | 9.0192346. | 10510.42. | 9.0216202. |
| Gradus secundus. | 5. | -1890.66. | 8.2766136 | -1891.00. | 8.2766912 | Gradus septimus. | 5. | 10597.48. | 9.0252027. | 10657.50. | 9.0276552. |
| | 10. | -2036.08. | 8.3087941. | --2036.50. | 8.3088842 | | 10. | 10742.10. | 9.0310890. | 10804.62. | 9.0336093. |
| | 15. | -2181.49. | 8.3387529. | -2182.01. | 8.3388563 | | 15. | 10886.69. | 9.0368958 | 10951.78. | 9.0394848. |
| | 20 | -2326.90. | 8.3667769. | --2327.53. | 8.3668945 | | 20. | 11031.26. | 9.0426249 | 11098.99. | 9.0452836. |
| | 25 | -2472.30. | 8.3931008. | --2473.05. | 8.3932336. | | 25. | 11175.80. | 9.0482786 | 11246.25. | 9.0510078. |
| | 30 | -2617.69. | 8.4179190. | --2618.59. | 8.4180679 | | 30. | 11320.32. | 9.0538588 | 11393.56. | 9.0566595. |
| | 35 | --2763.09. | 8.4413944 | -2764.14. | 8.4415602 | | 35. | 11464.82. | 9.0593671 | 11540.91. | 9.0622403. |
| | 40 | --2908.47. | 8.4636649 | -2909.70. | 8.4638486 | | 40. | 11609.29. | 9.0648057 | 11688.31. | 9.0677522. |
| | 45 | -3053.85. | 8.4848479 | --3055.20. | 8.4850505 | | 45. | 11753.74. | 9.0701761 | 11835.78. | 9.0731969. |
| | 50 | --3199.22. | 8.5050447 | --3200.86 | 8.5052671 | | 50. | 11898.16. | 9.0754799 | 11983.28. | 9.0785760. |
| | 55 | --3344.59. | 8.5243430 | --3346.46. | 8.5245860 | | 55. | 12042.56. | 9.0807189. | 12130.84. | 9.0838911. |
| | 60 | --3489.95 | 8.5428192. | -3492.08 | 8.5430838 | | 60. | 12186.93. | 9.0858945. | 12278.46. | 9.0891418. |
| Gradus tertius. | 5. | --3635.30 | 8.5605404 | --3637.71. | 8.5608276 | Gradus octavus. | 5. | 12331.28. | 9.0910082. | 12426.12. | 9.0943355. |
| | 10. | --3780.65 | 8.5775660 | -3783.35. | 8.5778766. | | 10. | 12475.60. | 9.0960615. | 12573.84. | 9.0994678. |
| | 15. | --3925.98 | 8.5939483. | --3929.01. | 8.5942832. | | 15. | 12619.90. | 9.1010998. | 12721.61. | 9.1045420. |
| | 20 | --4071.31. | 8.6097341. | --4074.69. | 8.6100943. | | 20. | 12764.16. | 9.1059924. | 12869.43. | 9.1095594. |
| | 25 | -4216.63 | 8.6249659 | -4220.38. | 8.6253518. | | 25. | 12908.41. | 9.1108726. | 13017.31. | 9.1145213. |
| | 30 | -4361.94. | 8.6396796 | -4366.09 | 8.6400931 | | 30. | 13052.66. | 9.1156977. | 13165.25. | 9.1194291. |
| | 35. | -4507.24. | 8.6539102 | -4511.82. | 8.6543522. | | 35. | 13196.81. | 9.1204608. | 13313.24. | 9.1242839. |
| | 40 | -4652.53. | 8.6676893 | -4657.57. | 8.6681598. | | 40. | 13340.96. | 9.1251872 | 13461.29. | 9.1290860 |
| | 45 | -4797.81. | 8.6810433. | -4803.34. | 8.6815437. | | 45. | 13485.09. | 9.1298539 | 13609.40. | 9.1338391. |
| | 50 | -4943.08. | 8.6939980 | -4949.13 | 8.6945292 | | 50. | 13629.19. | 9.1344762 | 13757.57. | 9.1385417. |
| | 55 | -5088.35. | 8.7065766. | -5094.95 | 8.7071395. | | 55 | 13773.27. | 9.1390370 | 13905.80. | 9.1431959 |
| | 60 | -5233.60. | 8.7188002 | -5240.78. | 8.7193958 | | 60. | 13917.31. | 9.1435553 | 14054.08 | 9.1478025. |
| Gradus quartus. | 5. | -5378.83. | 8.73065[illegible] | -5386.63 | 8.7313174 | Gradus nonus. | 5. | 14061.32. | 9.1480262 | 14202.43. | 9.1523627 |
| | 10. | -5524.06. | 8.7422580 | -5532.51. | 8.7429222 | | 10. | 14205.31. | 9.1524507 | 14350.84. | 9.1568773. |
| | 15. | -5669.28. | 8.7535278 | -5678.41 | 8.7542269 | | 15. | 14349.26. | 9.1568296 | 14499.31. | 9.1613473. |
| | 20 | -5814.48. | 8.7645111 | -5824.34. | 8.7652465 | | 20. | 14493.19. | 9.1611639. | 14647.84. | 9.1657737. |
| | 25 | -5959.67. | 8.7752126. | -5970.29. | 8.7759952. | | 25. | 14637.08. | 9.1654544 | 14796.44. | 9.1701572. |
| | 30 | -6104.85. | 8.7856753 | -6116.26. | 8.7864861 | | 30. | 14780.94. | 9.1697021. | 14945.10. | 9.1744988. |
| | 35 | -6250.02. | 8.7958819 | -6262.26. | 8.7967313. | | 35. | 14924.77. | 9.1739077. | 15093.83. | 9.1787993. |
| | 40 | -6395.17. | 8.8058523 | -6408.29. | 8.8067422 | | 40. | 15068.57. | 9.1780721. | 15242.61. | 9.1830595. |
| | 45 | -6540.31. | 8.8155985. | -6554.35. | 8.8165294 | | 45. | 15212.34. | 9.1821960 | 15391.47. | 9.1872802 |
| | 50 | -6685.44. | 8.8251209 | -6700.43. | 8.8261026 | | 50 | 15356.07. | 9.1862802 | 15540.40. | 9.1914621. |
| | 55 | -6830.55. | 8.8344557 | -6846.54. | 8.8354712 | | 55 | 15499.78. | 9.1903294 | 15689.38. | 9.1956059. |
| | 60 | -6975.65. | 8.8435845 | -6992.68. | 8.8446437. | | 60. | 15643.45. | 9.1943324 | 15838.44. | 9.1997125. |
| Gradus quintus. | 5. | -7120.73. | 8.8525245 | -7138.85. | 8.8536203. | Gradus decimus. | 5. | 15787.08. | 9.1983019 | 15987.57. | 9.2037825. |
| | 10. | -7265.80 | 8.8612833 | -7285.05. | 8.8624327 | | 10 | 15930.69 | 9.2022345 | 16136.77. | 9.2078165. |
| | 15. | -7410.85. | 8.8698600 | -7431.28. | 8.8710638. | | 15. | 16074.26. | 9.2061309 | 16286.03. | 9.2118153 |
| | 20 | -7555.89 | 8.8782854 | -7577.55. | 8.8795246 | | 20 | 16217.79. | 9.2099917. | 16435.37. | 9.2157795 |
| | 25. | -7700.91 | 8.8865418 | -7723.84 | 8.8878334. | | 25. | 16361.29. | 9.2138176 | 16584.78. | 9.2197097. |
| | 30 | -7845.91 | 8.8946453. | -7870.17. | 8.0959842. | | 30. | 16504.76 | 9.2176092 | 1673426 | 9.2236065 |
| | 35 | -7990.90 | 8.9025955 | -8016.53. | 8.9039866 | | 35. | 16629.51. | 9.2206182. | 16883.89 | 9.2267004 |
| | 40 | -8135.87. | 8.9104039 | -8162.93. | 8.9118160. | | 40 | 16791.59. | 9.2250918 | 17033.44 | 9.2313021 |
| | 45 | -8280.82 | 8.9180734 | -8309.36. | 8.9195675. | | 45. | 16934.95 | 9.2287639 | 17183.14. | 9.2351026 |
| | 50 | -8425.76 | 8.9256089 | -8455.83. | 8.9271560. | | 50. | 17048.28. | 9.2324440 | 17332.92 | 9.2388717 |
| | 55 | -8570.67. | 8.9330156 | -8602.33. | 8.9346216. | | 55. | 17221.56 | 9.2360726 | 17482.77. | 9.2426103 |
| | 60 | -8715.57. | 8.9402960 | -8748.87. | 8.9419518. | | 60 | 17364.82 | 9.2396702 | 17632.70 | 9.2463188. |

| 5° | Min. | Sinus. | Log. Sin. | Tangent | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5°. 11mi. | 15. | 17794.35. | 9.2502622 | 18082.95. | 9.2572691 |
| | 30. | 18223.55. | 9.2606330 | 18533,90. | 9.2679669 |
| | 45. | 18652.40 | 9.2707348 | 18985.9. | 9.2784242 |
| | 60 | 19080,90 | 9.2805906 | 19438,03 | 9.2886523 |
| 5°. 12m. | 15. | 19509.43. | 9.2902357 | 19891.24 | 9.2986618 |
| | 30. | 19936.79. | 9.2999553 | 20345.23. | 9.3084626 |
| | 45. | 20364,17. | 9.3088668 | 2080903. | 9.3180640. |
| | 60 | 20791.17. | 9.3178789. | 21255.65 | 9.3274745 |
| 5°. 13di. | 15 | 21217,77. | 9.3266997 | 217143. | 9.3367024 |
| | 30. | 21643,96. | 9.3353360 | 22169.47 | 9.3457552 |
| | 45 | 22069,74 | 9.3437973 | 22627,69 | 9.3546402 |
| | 60. | 22495,11 | 9.3520880 | 23086,52 | 9.3333641 |
| 5°. 14H. | 15. | 22920.04. | 9.3602154. | 23546,87. | 9.3719333 |
| | 30 | 23344,54 | 9.3681853 | 24007.87. | 9.3803537. |
| | 45 | 23768.59. | 9.3760034 | 24469.84 | 9.3686312. |
| | 60 | 24192.89. | 9.3836752 | 24932.50 | 9.3967711. |
| 5°. 15H. | 15. | 24615,33 | 9.3912057 | 25396.76 | 9.4047704 |
| | 30. | 25038,00 | 9.3985995 | 25817,41. | 9.4126580 |
| | 45 | 25460.19 | 9.4058619 | 26327,80 | 9.4204044 |
| | 60 | 25881,40 | 9.4129963 | 26794.92 | 9.4280525 |
| 5°. 16H. | 15. | 26303.12. | 9.4200073 | 27623.13 | 9.4355757 |
| | 30 | 26723.84 | 9.4268198 | 27732.45. | 9.4429083 |
| | 45 | 27144.04. | 9.4326746 | 28202.92. | 9.4502940 |
| | 60 | 27563.74. | 9.4403381 | 28674.54 | 9.4574964 |
| 5°. 17mi. | 15. | 27982,90. | 9.4469927 | 29147.34. | 9.4645990. |
| | 30 | 28401.53 | 9.4533418 | 2962135. | 9.4716048 |
| | 45 | 28819.63. | 9.4596804. | 30096,55 | 9.4785172. |
| | 60. | 29237.17. | 9.4659353 | 30573.07 | 9.4855390 |
| 5°. 18vi. | 15. | 29654.16. | 9.4720896 | 31050.82 | 9.4920731 |
| | 30. | 30070.58. | 9.4781418 | 31529.88. | 9.4987223 |
| | 45 | 30486,43 | 9.4841066 | 32010,25. | 9.5052898 |
| | 60 | 30901.70. | 9.4899824 | 32491.97. | 9.5116660. |
| 5°. 19mi. | 15 | 31316.38. | 9.4957716 | 32975.05. | 9.5181855. |
| | 30 | 31730.47. | 9.5014764 | 33459.53 | 9.5245199 |
| | 45 | 32143.95. | 9.5070992. | 33945.43. | 9.5307813 |
| | 60 | 32596.82. | 9.5126419 | 34432.76 | 9.5369719 |
| 5°. 20mi. | 15 | 32969.06 | 9.5181066 | 34921,56 | 9.5430937 |
| | 30 | 33380.63 | 9.5234953 | 35411.86 | 9.5491487 |
| | 45 | 33791.67. | 9.5288097 | 35900.67. | 9.5551388 |
| | 60 | 34202.02 | 9.5346517 | 36397.02. | 9.5610659 |
| 5°. 21mi. | 15. | 34611.71. | 9.5392230 | 36891.95 | 9.5669316 |
| | 30 | 35020.74. | 9.5443253 | 37388.47. | 9.5727377. |
| | 45. | 35429.10. | 9.5493602 | 37886.61. | 9.5784858 |
| | 60 | 35836.79. | 9.5543292 | 38386.40 | 9.5842774 |
| 5°. 22di. | 15. | 36243.80 | 9.5592338 | 3888787. | 9.5899142 |
| | 30 | 36650,13. | 9.5640754 | 39391.05. | 9.5953975 |
| | 45. | 37055,74. | 9.5688555 | 39895,96 | 9.6009249 |
| | 60 | 37460.66. | 9.5735754 | 4040262. | 9.6064091 |
| 5°. 23ti. | 15 | 37864.96. | 9.5[illegible] | 40911,08. | 9.6118409 |
| | 30 | 38268.34 | 9.5828397 | 41321.36 | 9.6172243 |
| | 45. | 38671.10 | 9.5873865 | 41933,48. | 9.6225601 |
| | 60 | 39073,31 | 9.5918780 | 42447,49. | 9.6278519 |
| 5°. 24H. | 15. | 34474.39 | 9.5963154 | 42963,39. | 9.6330985 |
| | 30 | 39874.91 | 9.6006997 | 43481,24 | 9.6383019 |
| | 45 | 40274.67. | 9.6050370 | 44001,06 | 9.6434631 |
| | 60 | 40673.66. | 9.6093133 | 44522,87 | 9.6485831 |

| 5° | Min. | Sinus | Log. Sin. | Tangent. | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5°. 25H. | 15. | 41071,89. | 9.6135446 | 45046,72. | 9.6536631. |
| | 30. | 41469.32 | 9.6177270 | 45572,64. | 9.6587041. |
| | 45. | 41865.97. | 9.6218612. | 46100,64. | 9.6637069. |
| | 60. | 42261.53 | 9.6259483 | 46630.77. | 9.6686725 |
| 5°. 26hi. | 15 | 42656.87. | 9.6299890 | 47163.06. | 9.6736020 |
| | 30. | 43051.11. | 9.6339844 | 47697.55. | 9.6784961 |
| | 45. | 43444.53 | 9.6379391. | 48234.27. | 9.6833557. |
| | 60 | 43837.12. | 9.6418420 | 48773.26. | 9.6881810 |
| 5°. 27m. | 15. | 44228,47. | 9.6457058 | 49314.54. | 9.6929750 |
| | 30 | 44619.78. | 9.6495274 | 49858.16. | 9.6977363. |
| | 45. | 45009.85. | 9.6533075 | 50404.15. | 9.7024663. |
| | 60 | 45399,05. | 9.6570464 | 50952.54. | 9.7071659. |
| 5°. 28vi. | 15. | 45787.39. | 9.6607459 | 51503.38 | 9.7118358. |
| | 30. | 46174.86. | 9.6644056. | 52056.70. | 9.7164767. |
| | 45. | 46561.45. | 9.6680265 | 52612.54. | 9.7210893 |
| | 60 | 46947.16. | 9.6716093 | 53170.94. | 9.7256744 |
| 5°. 29m. | 15. | 47331.97. | 9.6751546 | 53731.94. | 9.7302325. |
| | 30. | 47715.88. | 9.6786629 | 54295.57. | 9.7347644 |
| | 45. | 48098,88. | 9.6821349. | 54861.48 | 9.7392707. |
| | 60 | 48480.96. | 9.6855717. | 55430,90. | 9.7437520 |
| 5°. 30mi. | 15. | 48862.12. | 9.6889723. | 56002,69. | 9.7482089 |
| | 30. | 49242.36. | 9.6923388 | 56577.25. | 9.7526420 |
| | 45. | 49621.65. | 9.6956712. | 57154.71. | 9.7570520 |
| | 60 | 50000,00 | 9.6989700 | 57735.03. | 9.7614394 |
| 5°. 31mi. | 15. | 50377,40 | 9.7022357. | 58318.78 | 9.7658047. |
| | 30. | 50753.84. | 9.7054689 | 58904.50. | 9.7701485. |
| | 45. | 51129.31. | 9.7086699 | 59493.75. | 9.7744713. |
| | 60. | 51503.81. | 9.7118393. | 60086.06. | 9.7787737 |
| 5°. 32di. | 15. | 51877.33. | 9.7149776. | 60681.49. | 9.7830562 |
| | 30. | 52249.86. | 9.7180851. | 61280,08. | 9.7873193. |
| | 45. | 52621.39. | 9.7211623. | 61881.98 | 9.7915635. |
| | 60. | 52991.93. | 9.7242097. | 62486,94 | 9.7957892. |
| 5°. 33ti. | 15. | 53361.45. | 9.7272276 | 63095,30. | 9.7999970 |
| | 30. | 53729.96. | 9.7302165. | 63707,03. | 9.8041873. |
| | 45. | 54097.45. | 9.7331768. | 64322.16. | 9.8083606 |
| | 60 | 54463.90. | 9.7361088 | 64940.76. | 9.8125174. |
| 5°. 34H. | 15. | 54829.32. | 9.7390129 | 65562.87. | 9.8166580. |
| | 30. | 55193.70. | 9.7418895 | 66188.56. | 9.8207829 |
| | 45. | 55557.02. | 9.7447390 | 66817.97. | 9.8248924 |
| | 60. | 55919.29. | 9.7475617. | 67450.85. | 9.8289874 |
| 5°. 35H. | 15. | 56280.49. | 9.7503579 | 68087.58 | 9.8330679. |
| | 30. | 56640.62 | 9.7531280 | 68728,10 | 9.8371343 |
| | 45. | 56999.68 | 9.7558724 | 69372.47. | 9.8411871. |
| | 60 | 57357.64. | 9.7585913. | 70020.75. | 9.8452268 |
| 5°. 36H. | 15. | 57714.52. | 9.7612851. | 70673.01. | 9.8492536 |
| | 30. | 58070.30. | 9.7639540 | 71329.31. | 9.8532680 |
| | 45. | 58424.97. | 9.7665985 | 71989.70. | 9.8572704 |
| | 60. | 58778.53. | 9.7692187. | 72654.26. | 9.8612610. |
| 5°. 37m. | 15 | 59130.96 | 9.7718150. | 73323.63. | 9.6652404. |
| | 30 | 59482.28 | 9.7743876 | 73996.11. | 9.8692089 |
| | 45. | 59832.46. | 9.7769369 | 74673.54. | 9.8731668. |
| | 60. | 60181.50. | 9.7794630 | 75355,40 | 9.8771144. |
| 5°. 38vi. | 15. | 60529.40 | 9.7819664 | 76041.77. | 9.8810522 |
| | 30. | 60876.14 | 9.7844471 | 76732.70. | 9.8849805 |
| | 45 | 61221.73. | 9.7869056 | 77428.27. | 9.8888946 |
| | 60. | 61566.15 | 9.7893420 | 78128.56. | 9.8928098. |

| …an. |
|---|
| 6631. |
| 7041. |
| 069. |
| 6725. |
| 6020. |
| 4961. |
| 557. |
| 1811. |
| 1750. |
| 7363. |
| 4663. |
| 1659. |
| 3358. |
| 4767. |
| 893. |
| 5744. |
| 2325. |
| 7644. |
| 2707. |
| 7520. |
| 1089. |
| 6426. |
| 0520. |
| 1394. |
| 3047. |
| 485. |
| 1713. |
| 7737. |
| 0562. |
| 3193. |
| 7635. |
| 7892. |
| 9970. |
| 1873. |
| 3606. |
| 5174. |
| 6580. |
| 0782. |
| 1092. |
| 9874. |
| 0679. |
| 1343. |
| 1871. |
| 2266. |
| 2536. |
| 2680. |
| 2704. |
| 2620. |
| 2404. |
| 2089. |
| 1668. |
| 1144. |
| 0522. |
| 49809. |
| 8996. |
| 8098. |

| 5f. | 2da. | Sinus. | Log. Sin. | Tangent. | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5f. 39mi. | 15. | 61909.40. | 9.7917566. | 78833.64. | 9.8967116 |
| | 30 | 62251.46. | 9.7941496 | 7943,59. | 9.9006052 |
| | 45. | 62592.37. | 9.7965212. | 80258.48. | 9.9044910 |
| | 60. | 62932.04. | 9.7988718. | 80978.40. | 9.9083692 |
| 5f. 40mi. | 15. | 63270.53. | 9.8012015. | 81703.43. | 9.9122240 |
| | 30. | 63607.82. | 9.8035105 | 82433.64. | 9.916845. |
| | 45. | 63943.90. | 9.8057991 | 83169.12. | 9.9199621 |
| | 60. | 64278.76. | 9.8080679 | 83909.70. | 9.9238135. |
| 5f. 41mi. | 15. | 64612.40. | 9.8103159 | 84656.25 | 9.9276590 |
| | 30. | 64944.80 | 9.8125444 | 85408.07. | 9.9314994 |
| | 45. | 65275.98 | 9.8147534 | 86165.51. | 9.9353335. |
| | 60. | 65605.90. | 9.8169429. | 86928.68. | 9.9391631. |
| 5f. 42di. | 15 | 65934.58 | 9.8191133 | 87697.65. | 9.9429879 |
| | 30. | 66262.01. | 9.8212646 | 88472.53. | 9.9468084 |
| | 45. | 66588.17. | 9.8233971 | 89253.41 | 9.9506248 |
| | 60. | 66913.06 | 9.8255109. | 90040.41 | 9.9544374 |
| 5f. 43di. | 15. | 67236.68 | 9.8276063 | 90833.60. | 9.9582465 |
| | 30. | 67559.02. | 9.8296833. | 91633.12. | 9.9620525. |
| | 45. | 67880.07. | 9.8317423. | 92439.05. | 9.9658555 |
| | 60. | 68199.84. | 9.8337833 | 93251.51. | 9.9696559. |
| 5f. 44di. | 15. | 68518.30. | 9.8358066 | 94070.61. | 9.9734539 |
| | 30. | 68835.45. | 9.8378122. | 94896.46 | 9.9772500 |
| | 45. | 69151,31. | 9.8398004 | 95729.17. | 9.9810443 |
| | 60. | 69465.84 | 9.8417713. | 96568,58. | 9.9848372 |
| 5f. 45. | 15. | 69779.05. | 9.8437250 | 97415.69. | 9.9886289 |
| | 30. | 70090.93. | 9.8456610 | 98269.73. | 9.9924197. |
| | 45. | 70401,47. | 9.8475817. | 99131.12. | 9.9962100 |
| | 60. | 70710.68. | 9.8494850 | 100000.00 | 10.0000000 |
| 5f. 46di. | 15. | 71018.54 | 9.8513717. | 100876.49 | 10.0037900 |
| | 30 | 71325.05 | 9.8532421 | 101760.74. | 10.0075803 |
| | 45. | 71630.19. | 9.8550961 | 102652.87. | 10.0113711. |
| | 60 | 71933.96 | 9.8569341 | 103553.03. | 10.0151628. |
| 5f. 47mi. | 15. | 72236.40 | 9.8587561 | 104461.36 | 10.0189557 |
| | 30. | 72537.44. | 9.8605622 | 105376.01 | 10.0227500. |
| | 45. | 72837.09. | 9.8623526 | 106303.13. | 10.0265461. |
| | 60. | 73135.37. | 9.8641275. | 107236.47. | 10.0303441. |
| 5f. 48mi. | 15. | 73432.21. | 9.8658868 | 108179.39. | 10.0341445 |
| | 30. | 73727.73. | 9.8676309 | 109130.85 | 10.0379475 |
| | 45. | 74021.41 | 9.8693597 | 110091.41. | 10.0417535 |
| | 60. | 74314.40. | 9.8710735 | 111061.25. | 10.0455626 |
| 5f. 49mi. | 15. | 74605.74. | 9.8727722 | 112040.53. | 10.0493752 |
| | 30. | 74895.57. | 9.8744561 | 113029.44 | 10.0531916 |
| | 45. | 75183.98. | 9.8761253. | 114028.15. | 10.0570121. |
| | 60. | 75470.96. | 9.8777799 | 115036.44. | 10.0608369 |
| 5f. 50mi. | 15. | 75756.50. | 9.8794199 | 116055.71. | 10.0646665 |
| | 30. | 76040.60 | 9.8810455 | 117084.96. | 10.0685011 |
| | 45. | 76323.25. | 9.8826568 | 118124.77. | 10.0723410 |
| | 60. | 76604.44. | 9.8842540. | 119175.36. | 10.0761865 |
| 5f. 51mi. | 15. | 76884.18. | 9.8858370. | 120236.93. | 10.0800379. |
| | 30. | 77162.46. | 9.8874061 | 121309.70. | 10.0838955 |
| | 45. | 77439.27 | 9.8889612 | 122393.84. | 10.0877597 |
| | 60 | 77714.60. | 9.8905026. | 123489.72. | 10.0916308 |
| 5f. 52di. | 15. | 77988.45. | 9.8920303 | 124597.42 | 10.0955090 |
| | 30. | 78260.82 | 9.8935444 | 125717.23. | 10.0993948 |
| | 45. | 78531.69. | 9.8950450 | 126849.39. | 10.1032884 |
| | 60 | 78801.07. | 9.8965321 | 127994.16. | 10.1071902 |
| | 15. | 79068.96 | 9.8980060 | 129151,79. | 10.111835. |

| 5f. | 2da. | Sinus. | Log. Sin. | Tangent. | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5f. 53. | 30 | 79335.33. | 9.8994667 | 130322.54 | 10.1150195. |
| | 45. | 79600.20. | 9.9009142. | 131506.68 | 10.1189428. |
| | 60. | 79863.55. | 9.9023466. | 132704.44. | 10.1229056. |
| 5f. 54di. | 15. | 80125.38. | 9.9037701. | 133916.24. | 10.1268332 |
| | 30. | 80385.69. | 9.9051787. | 135142.24. | 10.1307911. |
| | 45. | 80644.46 | 9.9065745. | 136382.79. | 10.1347596. |
| | 60. | 80901,70. | 9.9079576 | 137638.19. | 10.1387394 |
| 5f. 55di. | 15. | 81157.40. | 9.9093281. | 138908.76 | 10.1427296 |
| | 30. | 81411.55. | 9.9106860 | 140194.83 | 10.1467320 |
| | 45. | 81664.15. | 9.9120315. | 141496.73. | 10.1507461 |
| | 60. | 81915.21. | 9.9133645. | 142814.40. | 10.1547732 |
| 5f. 56di. | 15 | 82164.69. | 9.9146852 | 144149.40. | 10.1588129 |
| | 30. | 82412.62. | 9.9159937. | 145500.90. | 10.1628657. |
| | 45. | 82658.97 | 9.9172900. | 146869.67. | 10.1669321. |
| | 60. | 82903.76 | 9.9185742. | 148256.10. | 10.1710126. |
| 5f. 57mi. | 15. | 83146.96 | 9.9198464. | 149660.58 | 10.1751074 |
| | 30. | 83388.58 | 9.9211066. | 151043.52 | 10.1792171. |
| | 45. | 83628.61 | 9.9223549. | 152525.35. | 10.1833420. |
| | 60. | 83867.06 | 9.9235914. | 153986.50. | 10.1874826 |
| 5f. 58di. | 15. | 84103.90 | 9.9248161 | 155467.41 | 10.1916394 |
| | 30. | 84339.14. | 9.9260292 | 156964.56 | 10.1958127 |
| | 45. | 84572.78. | 9.9272306 | 158490.41. | 10.2000030 |
| | 60. | 84804.81 | 9.9284205 | 160033.45. | 10.2042108. |
| 5f. 59mi. | 15. | 85035.22. | 9.9295989 | 161518.20. | 10.2084365 |
| | 30. | 85264.02. | 9.9307648. | 163155.17. | 10.2126807 |
| | 45. | 85491.18. | 9.9319213. | 164794.90. | 10.2169438 |
| | 60. | 85716.73. | 9.9330656 | 166427.95. | 10.2212263 |
| 5f. 60mi. | 15. | 85940.64 | 9.9341986. | 168084.89 | 10.2255287. |
| | 30. | 86162.92 | 9.9353204. | 169[illegible].31 | 10.2298515. |
| | 45. | 86383.55. | 9.9364311. | 171472.93 | 10.2341953 |
| | 60. | 86602.54. | 9.9375306. | 173205.08 | 10.2385600 |
| 5f. 61mi. | 15. | 86819.88. | 9.9386192 | 174963.71. | 10.2429480 |
| | 30. | 87035.57. | 9.9396968 | 176749.40. | 10.2473580 |
| | 45. | 87249.60 | 9.9407634 | 178562.85. | 10.2517911. |
| | 60. | 87461.97. | 9.9418193 | 180404.78. | 10.256246[illegible]. |
| 5f. 62di. | 15. | 87672.67. | 9.9428643 | 182275.93. | 10.2607293. |
| | 30. | 87881.71. | 9.9438985 | 184177.09. | 10.265235[illegible]. |
| | 45. | 88089.07. | 9.9449220 | 186109.05. | 10.2697675. |
| | 60. | 88294.76. | 9.9459349 | 188070.65. | 10.2743256. |
| 5f. 63di. | 15. | 88498.76 | 9.9469372 | 190068.74. | 10.2789107. |
| | 30. | 88701.08 | 9.9479289 | 192098.21. | 10.2835232. |
| | 45. | 88901.71. | 9.9489101. | 194162.00. | 10.2881642. |
| | 60. | 89100.65. | 9.9498809. | 196261.05. | 10.2928341. |
| 5f. 64di. | 15. | 89297.89 | 9.9508412. | 198396.36. | 10.2975337. |
| | 30. | 89493.43 | 9.9517912. | 200568.97. | 10.3022637. |
| | 45. | 89687.27. | 9.9527308 | 202779.94. | 10.3070250. |
| | 60 | 89879.40 | 9.9536602 | 205030.38. | 10.3118182. |
| 5f. 65di. | 15. | 90069.82 | 9.9545793 | 207321.46. | 10.3166443. |
| | 30. | 90258.53. | 9.9554882 | 209654.36. | 10.3215039. |
| | 45. | 90445.51 | 9.9563870. | 212030.34. | 10.3263980. |
| | 60 | 90630.78. | 9.9572757. | 214450.69. | 10.3313275. |
| 5f. 66di. | 15. | 90814.32. | 9.9581543. | 216916.77. | 10.3362631 |
| | 30. | 90996.13 | 9.9590229 | 219429.97. | 10.341296. |
| | 45. | 91176.20. | 9.9598815. | 221991.77. | 10.34[illegible]776. |
| | 60. | 91354.54. | 9.9607302 | 224603.68. | 10.3514166. |
| 5f. 67mi. | 15. | 91531.15. | 9.9615689 | 227267.29. | 10.356536. |
| | 30 | 91706.10. | 9.9623978 | 229984.25. | 10.361699. |
| | 45. | 91879.12. | 9.96[illegible]2168. | 232756.30. | 10.366. |

| Min. | Sinus. | Log Sin. | Tangent. | Log Tan. |
|---|---|---|---|---|
| 60. | 92050.49 | 9.9640261 | 235585.24 | 10.3721401 |
| 15. | 92220.09 | 9.9648256 | 238472.93 | 10.3774391 |
| 30. | 92387.95 | 9.9656153 | 241421.76 | 10.3827757 |
| 45. | 92554.05 | 9.9663954 | 244432.56 | 10.3881591 |
| 60. | 92718.39 | 9.9671669 | 247505.69 | 10.3935904 |
| 15. | 92880.95 | 9.9679267 | 250651.95 | 10.3990711 |
| 30 | 93041.75 | 9.9686779 | 253864.79 | 10.4046025 |
| 45. | 93200.79 | 9.9694196 | 257149.97 | 10.4101858 |
| 60 | 93358.04 | 9.9701517 | 260508.91 | 10.4158226 |
| 15. | 93513.52 | 9.9708744 | 263945.49 | 10.4215142 |
| 30. | 93667.22 | 9.9715876 | 267462.15 | 10.4272625 |
| 45. | 93819.13 | 9.9722914 | 271061.56 | 10.4330689 |
| 60 | 93969.28 | 9.9729858 | 274747.74 | 10.4389341 |
| 15. | 94117.60 | 9.9736709 | 278523.07 | 10.4448612 |
| 30 | 94264.15 | 9.9743466 | 282391.29 | 10.4508513 |
| 45. | 94408.90 | 9.9750129 | 286256.02 | 10.4569069 |
| 60. | 94551.85 | 9.9756701 | 290421.09 | 10.4630281 |
| 15. | 94693.01 | 9.9763179 | 294590.50 | 10.4692187 |
| 30. | 94832.36 | 9.9769566 | 298868.18 | 10.4754604 |
| 45. | 94969.91 | 9.9775860 | 303259.54 | 10.4818149 |
| 60 | 95105.65 | 9.9782263 | 307768.35 | 10.4882240 |
| 15. | 95239.58 | 9.9788175 | 312399.91 | 10.4947109 |
| 30. | 95371.69 | 9.9794195 | 317159.48 | 10.5012777 |
| 45. | 95501.99 | 9.980[illegible] | 322052.63 | 10.5079269 |
| 60 | 95630.48 | 9.9805963 | 327085.26 | 10.5146610 |
| 15. | 95757.14 | 9.9811711 | 332263.62 | 10.5214828 |
| 30. | 95881.97 | 9.9817370 | 337594.34 | 10.5283952 |
| 45. | 96004.98 | 9.9822938 | 343084.46 | 10.5354010 |
| 60 | 96126.17 | 9.9828416 | 348741.44 | 10.5425036 |
| 15. | 96245.53 | 9.9833801 | 354573.25 | 10.5497060 |
| 30. | 96363.05 | 9.9839105 | 360588.35 | 10.5570117 |
| 45. | 96478.73 | 9.9844316 | 366795.75 | 10.5644424 |
| 60. | 96592.58 | 9.9849438 | 373205.08 | 10.5719475 |
| 15. | 96704.59 | 9.9854471 | 379826.62 | 10.5795854 |
| 30. | 96814.76 | 9.9859416 | 386671.31 | 10.5873419 |
| 45. | 96923.09 | 9.9864273 | 393750.94 | 10.5952216 |
| 60. | 97029.57 | 9.9869041 | 401078.09 | 10.6032259 |
| 15 | 97134.21 | 9.9873722 | 408666.27 | 10.6113689 |
| 30. | 97236.99 | 9.9878315 | 416529.98 | 10.6196463 |
| 45. | 97337.92 | 9.9882821 | 424684.82 | 10.6280667 |
| 60. | 97437.01 | 9.9887239 | 433147.59 | 10.6366355 |
| 15. | 97534.23 | 9.9891571 | 441936.41 | 10.6453594 |
| 30. | 97629.60 | 9.9895815 | 451070.85 | 10.6542449 |
| 45. | 97723.11 | 9.9899973 | 460572.07 | 10.6632970 |
| 60. | 97814.76 | 9.9904044 | 470463.01 | 10.6725155 |
| 15. | 97904.55 | 9.9908079 | 480765.54 | 10.6819360 |
| 30. | 97992.47 | 9.9911924 | 491515.70 | 10.6915374 |
| 45. | 98078.53 | 9.9915729 | 502733.99 | 10.7013382 |
| 00. | 98162.71 | 9.9919466 | 514455.40 | 10.7113477 |
| 15. | 98244.04 | 9.9923106 | 526715.17 | 10.7215798 |
| 30. | 98325.49 | 9.9926661 | 539551.72 | 10.7320331 |
| 45. | 98404.01 | 9.9930131 | 553007.24 | 10.7427308 |
| 60. | 98480.72 | 9.9933515 | 567128.18 | 10.7536812 |
| 15. | 98555.61 | 9.9936813 | 581965.72 | 10.7647914 |
| 30. | 98628.56 | 9.9940027 | 597576.44 | 10.7763935 |
| 45. | 98699.64 | 9.9943156 | 614023.03 | 10.7881847 |
| 60. | 98768.83 | 9.9946199 | 631375.19 | 10.8002375 |
| 15. | 98836.15 | 9.9949158 | 649710.43 | 10.8127198 |
| 30. | 98901.98 | 9.9952033 | 669116.62 | 10.8255012 |
| 45. | 98965.14 | 9.9954822 | 689687.99 | 10.8386652 |
| 60. | 99026.80 | 9.9957290 | 711536.97 | 10.8521979 |
| 15. | 99086.59 | 9.9960149 | 734786.10 | 10.8661609 |
| 30. | 99144.49 | 9.9962546 | 759575.4 | 10.8805704 |
| | | | | 7.97. |

| Min. | Sinus. | Log Sin. | Tangent. | Log Tan. |
|---|---|---|---|---|
| 45 | 99200.49 | 9.9965138 | 786064.23 | 10.8954958 |
| 60 | 99254.62 | 9.9967507 | 814434.64 | 10.9108502 |
| 15 | 99306.44 | 9.9969792 | 844895.73 | 10.9268031 |
| 30 | 99357.18 | 9.9971993 | 877688.74 | 10.9433409 |
| 45 | 99405.09 | 9.9974110 | 913093.45 | 10.9606152 |
| 60 | 99452.18 | 9.9976143 | 951436.45 | 10.9783797 |
| 15 | 99496.85 | 9.9978093 | 993100.89 | 10.9969934 |
| 30 | 99539.62 | 9.9979960 | 1038539.71 | 11.0164231 |
| 45 | 99580.49 | 9.9981743 | 1088792.14 | 11.0367455 |
| 60 | 99619.47 | 9.9983442 | 1143005.73 | 11.0580482 |
| 15 | 99656.55 | 9.9985058 | 1203462.23 | 11.0804375 |
| 30 | 99691.73 | 9.9986591 | 1270620.47 | 11.1041158 |
| 45 | 99725.02 | 9.9988041 | 1345652.93 | 11.1289862 |
| 60 | 99756.40 | 9.9998940 | 1430066.83 | 11.1553963 |
| 15 | 99785.89 | 9.9990691 | 1525705.17 | 11.1834706 |
| 30 | 99813.48 | 9.9991892 | 1634985.53 | 11.2135139 |
| 45 | 99839.16 | 9.9993009 | 1761055.88 | 11.2457731 |
| 60 | 99862.95 | 9.9994044 | 1908113.67 | 11.2806042 |
| 15. | 99884.84 | 9.9994996 | 2081487.26 | 11.3184563 |
| 30 | 99904.82 | 9.9995865 | 2290376.59 | 11.3599069 |
| 45 | 99922.90 | 9.9996650 | 2545169 | 11.4057184 |
| 60 | 99939.08 | 9.9997354 | 2863625.33 | 11.4569162 |
| 15 | 99953.30 | 9.9997974 | 23730263 | 11.5144495 |
| 30 | 99965.73 | 9.9998512 | 3818845 | 11.5819321 |
| 45 | 99976.20 | 9.9998966 | 45829351.2 | 11.6611437 |
| 60 | 99984.77 | 9.9999338 | 57289961.6 | 11.7580785 |
| 15 | 99991.43 | 9.9999624 | 76390009 | 11.8830366 |
| 30 | 99996.19 | 9.9999835 | 11458865 | 12.0591416 |
| 45 | 99999.05 | 9.9999959 | 22918166 | 12.3601799 |
| 60 | 1000000 | 10000000 | Infinita | Infinitu. |

| | Colores veri. | Les Couleurs vrai | Kolory prawdziwe. |
|---|---|---|---|
| 1. | Ruber. | Rouge. | Czerwony. |
| 2. | Auratius | Orange. | Pomaranczowy |
| 3. | Flavus. | Jaune. | Zolty. |
| 4. | Viridis. | Verde | Zielony. |
| 5. | Cœruleus. | Bleu. | Modry. |
| 6. | Indicus. | Indigo. | Indychtowy. |
| 7. | Violaceus. | Violet. | Fiolkowy. |
| | | Cæteri | vero mixti et. |

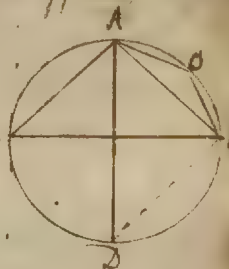
In hac Tabula Sinus, Logarithmi sinuum, Tangentes, Logarithmi Tangentium sunt scripta a 0. ad 10 habentes 5 differentiam pro minutis secundis, a 10 vero ad 90. habent differentiam 15.

Theor. In.

Theor. In triang anguli n̄ st int^r se uti latera ijsdem angulis opposita.

Demonr. Ponatr Triangulū Isosceles ABC rectangulum, cuius latus AB = AC. et ang A duplus angulo B = C.

Jam vero si anguli cuius vis trianguli haberent int^r se p:portionem eandem, qm habent latera ijsdem angulis oppta sequeretr inde latus BC oppositū angulo A duplum esse lateris AC oppositi Angulo B, quemadmodum angulus A e duplus anguli B: hoc tn fieri potest nunquam, nā cum duo latera AB. AC. sint invicem æqualia, p hypothesin haberemus BC = AC + AB. qd e falsū. E in 3ang anguli n st etc. ut in Theoremate.

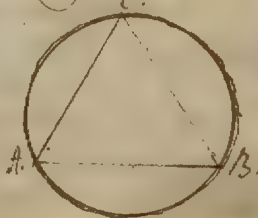



Theor. Anguli cuius vis 3anguli non st int^r se uti chordæ eorūdē angulorū.

Demonr. [In eadem præcedenti fig:] Trianguli Isosceli ABC rectangulo in A circumscribatr circulus. Quoniā chorda anguli e eadem chorda arcûs, qui angulum metitr, ac pterea mensura anguli ad peripheriam e dimidiū arcûs a lateribus intercepti. Hinc ductā Diametro AD, perspicuū e rectam DC esse chordam anguli BAC, quia vero constat DC = AC erit AC chorda arcûs. qui metitur angulum A. Similit^r angulū B ad circumferētiam metitur AO dimidium arcûs AOC: ac proinde chorda anguli B. e recta AO. Quare si anguli cuiusvis trianguli essent int^r se ut eorum chordæ respondentes, hæc haberentr proportio. ∺ uti ang A e ad ang B. ita AC chorda anguli A e ad AO chordam anguli B. atqui p hypoth. ang A duplus e anguli B. E chorda AC dupla esset chordæ AO Cum autem sit AO æqle OC. hinc recta AC æquaret lineam angulosam AOC, qd repugnat definitioni rectæ lineæ. Ac proinde anguli 3anguli n st int^r se ut eor chor respond.

Theor 3tium Latera 3anguli cuius vis constant^r eam inter se proportionem habent, quam chordæ duplorum angulorum ijsdē lateribus oppositorum.

Demonr Circumscribatr circulus triangulo ABC, evidens e latus quodlibet esse chordam anguli dupli illius, cui idem latus - - - - - - - - - - - opponitur. Nam puta ang C cuius vertex est ad circumferentiam e semissio anguli, q haberet pro mensura arcū. AOB Cuius latus AB. e chorda.




NB. Hæc simplex observatio opinione maiorem adtulit fructum. Nam primis Geometris oborta statim e hæc cogitatio, si determinaret

in m

in numeris valor chordar. omniũ ang, facile hâc viâ cognosci possent oẽi latera et anguli cuiusvis trianguli, in quo v. unum latus et duo anguli darent, vel duo latera et unus angulus, vel denig. tria latera.

Nam primo datis duobus ang A et B dat. et 3tium C. 2do fiat ut chorda dupli anguli C ad chordã dupli ang B. Ita latus BA oppositum angulo C ad latus CA oppositum angulo B. quare si determinarent. in numeris chordæ omnium ang ut a Geometris præstitum ē tres 1mi termini huius proportionis erunt cogniti, quartus itaq. invenietr.

Nota Demonstratũ ē latera trianguli eē int. se uti chordæ duplorum angulorum, seu qd adhuc commodius Geometris visũ ē latera trianguli sunt ut semisses chordarum. Jam vero Semisses Chordar. sunt sinus. Ergo latera trianguli sunt int. se uti sinus Angulor. hisce lateribus oppositorum.

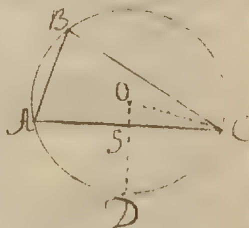
Demonstravimus latera trianguli eē inter se uti semisses chordarum duplor. angulorum, q. iisdem lateribus opponunt, itaq. /: in fig. segnõ :/ a centro O in latus AC demittat. perpendicularis OD, ducatq. radius OC.

I. Chorda AC ē bifariam secta in Puncto S.

II. Arcus ADC ē parit. bifariam sectus in puncto D.

III. Angulus COD æquat. angulo B. ad circumferentiam. Quæ omnia demonstrant. ex Elementis Geometriæ, et in ipsa figura facilè apparent.

In hac fig cum ang COD sit æqualis angulo B. erit perpendicularis CS. parit. sinus anguli B. Itaq. sinus anguli nil aliud ē, qm semissis chorda dupli ejusdẽ ang.

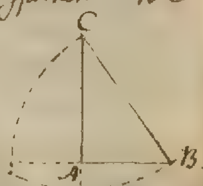



NB. Quando simplicit. sinus intelligit. sinus rectus alicuj. anguli vel arcûs. Complementum autem ad ang rectum dicit. sinus complementi vel Cosinus, ita similiter tangens complementi, vel Cotangens.

Item quando simpliciter dicit. chorda arcûs semp intelligitur chorda minoris arcûs.

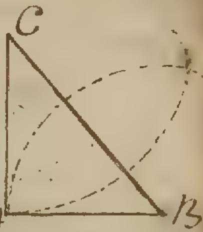
Propositio. Lineæ in Circulo consideratæ nempè sinus, tangentes. etc facilè ad Trianguli rectanguli latera applicant. Nam in omni Triang Rectangulo si consideret. hypothenusa tanquam Radius, seu Sinus Totus. quodvis duor. reliquorum laterum erit sinus anguli oppositi, hoc ē: si hypothenusa BC sit radius circuli, aut sinus totus, erit AC sinus anguli B. et AB sinus anguli C.

NB. Hinc in omni Triangulo Rectangulo latera singula sunt sinus angulorum oppositorum.




Propositio

Propositio. In omni Triangulo rectangulo si alterutrũ duorũ laterum, puta AB accipiat̃ tanquam radius, seu sinus totus, latus alterum AC evadit tangens anguli adjacentis huic lateri, qđ p radio ē acceptum. Hypothenusa autem evadit secans eiusdem anguli, qui adiacet lateri sumpto pro Radio.

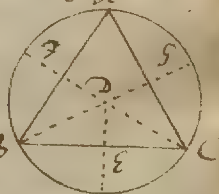



Sin autem latus AC accipiat̃ pro Radio, latus AB evadit Tangens anguli C. et hypothenusa CB fit secans eiusdem anguli C.

Scholium. Quoniam Tangens et secans reciproce altera alteram terminat, hinc palam constat angulum Rectum, angulosq; aut arcus maiores gradibus 90 habere non posse neq; Tangentem, neq; secantem. Ratio ē, quia si angulus Rectus sit secans coincidit cum Radio, ac proinde parallela evadit Tangenti; multo magis si angulus sit obtusus. Hac de cāa anguli obtusi aut arcus maiores gradibus 90 nullos sibi speciatim sinus exigunt, quippè, qui extra angulum caderet. Quamobrem arcus quadrante majori eundem dicit̃ habere sinum, quem arcus minor, qui cū majori semicirculum constituit.

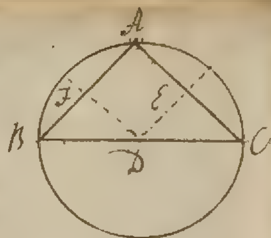
Quid habent commune Tangentes, sinus etc. cum lateribus Trianguli etiam acutanguli, aut obtusanguli eorumq; dimensione? Resp. Habent, ac costant ad arcus circuli referuntur. Nam semissis cuiusvis lateris considerari potest tanqm sinus anguli oppositi, quod sic demonstro: et primo pro Triangulo acutangulo v. g. pro Triangulo ABC.

Huic Triangulo circumscribat̃ circulus, et ex centro D ducant̃ radij: DF. DE. DG. Arcus, et arcuum subtensas bifariam secantes, atq; adeo ad angulos rectos. Dico latā BC. CA. AB. esse ut sinus angulorum, ipsis oppositorum. Nam semisses laterum sunt sinus angulorum ad peripheriam. Est quippe angulus BDC ad centrum duplus anguli A ad peripheriam. Et semissis anguli ad centrum, nimirum ang BDE æquat̃ angulo A. Atqui anguli BDE sinus ē recta BE semissis lateris BC ē sinus anguli A. Eadē ratione erit CG sinus anguli B et AF sinus anguli C.

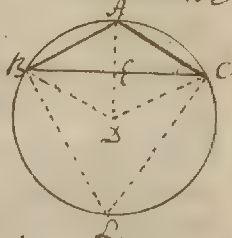



2do Demon. Pro triangulo Rectangulo ē BD æqualis dimidio BC, sed Radius est sinus anguli Recti, ergo semissis lateris BC

est sinus anguli A. Quod attinet ad reliquos angulos B. et C. demonstratur ut prius CE esse sinum anguli B. et BF esse sinum anguli C.



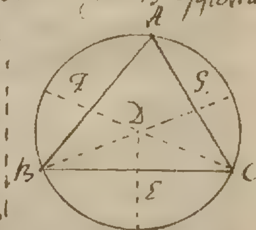

2do Demonstr. Pro Triangulo obtusangulo vg BAC. Ductis BL. CL. erit angulus L. supplementum anguli A. ac proinde idem erit utriusque anguli sinus. Est autem BE sinus anguli BDE = ang L. quare erit et BE sinus anguli A. Sunt itaque in omni Triangulo Semisses laterum sinus angulorum oppositorum. Perspicuum est autem latera esse inter se ut ipsorum semisses




Nota. Quamvis in Triangulis universis rectilineis sinus angulorum sunt inter se uti latera opposita, non inde tamen consequitur eosdem angulos esse inter se, uti eadem latera opposita. Ratio est, quia chordæ non sunt proportionales arcubus, qui eas subtendunt, et consequenter sinus, qui sunt semisses chordarum non sunt proportionales eorum arcubus, ut notatum in principio.

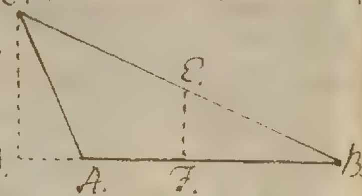
Hinc in omni Triangulo acutangulo et rectangulo duæ semper habebuntur sequentes analogiæ. 1ma. Uti sinus anguli B. ad sinum anguli A ita latus AC oppositum primo angulo B. ad latus BC oppositum 2do angulo A. 2da. Uti latus AC. ad latus BC ita sinus anguli B oppositi primo lateri AC ad sinum anguli A oppositi BC.

NB. In Triangulo autem obtusangulo substituendus erit sinus supplementi anguli obtusi, ut iam dictum et nunc dicetur sequenti Theoremate.




Theor. In omni Triangulo obtusangulo sinus unius aut alterius ex duobus angulis acutis est ad sinum supplementi ad angulum obtusum uti latus oppositum angulo acuto est ad latus oppositum angulo obtuso.

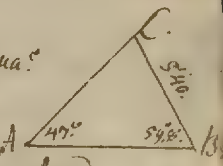
Demonstr. Esto Triangulum ABC cujus unus ang. A sit obtusus. Dico sinum ang acuti B. esse ad sinum ang CAD supplementi ad ang obtusum A uti latus AC oppositum ang B. ad latus BC oppositum angulo obtuso A. Fiat BE = AC ac demittantur EF. CD perpendiculares super BA productam versus D. Itaque CD est sinus



est sinus anguli CAD. et EF sinus anguli B. Triangula verò BEF BCD sunt similia, sivè æquiangula, ac proinde EF sinus anguli B. ad CD sinum supplementi ad ang obtusũ A. Ita ac oppositum angulo acuto B. ad BC oppitũ angulo obt: A.

Memoriæ causâ ut aliquod resolutionis Trigonometricæ exemplũ habeatur, sequens problemma apponitur

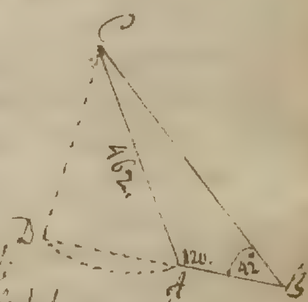
Datis duobus angulis et uno latere invenire latera reliqua.




Resolutio. In Triangulo ABC. sit latus BC = 540 ped: ang A 47°. ang B 59°, 8'. erit tertius ang C 73.52'. invenietur itaq latus AC per hanc Analogiam: Sin: ang: A ad sin: ang: B. ita latus BC ad latus quæsitum AC.

Nam latera sinibus angulorum ipsis oppositorum sunt proportionalia. Si autem habeat cognoscere lat: AB substituatur in Analogia pro 2do termino sinus ang C. et invenietur latus AB. 709.

NB. Quod si ang obtusus haberetur per sinum supplementi sui institui debet analogia. Pro exemplo sit Triangulum ABC, cujus notum sit latus AC = 462. et ang B 42°. et ang obtusus A 120. quæratur latus BC. In Canone Trigonometrico invenietur sin: supplementi anguli obtusi dati nimirum sinus anguli 60°. fiat hæc analogia:




Ut sinus ang B. ad sin: supplementi anguli obtusi A, ita latus AC datum, ad latus BC quæsitum.

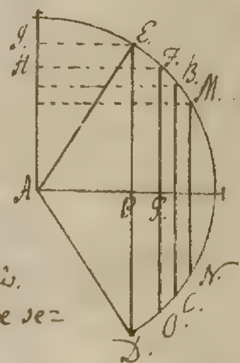
Verum quidem est; differre maxime inter se duo hæc Triangula BCA. BCD. sed hoc loco non consideratur area Triangulorum, sed unicè ratio laterum et sinuum angulorum.

Qua ratione sinus omnium arcuum aut angulorum inventi sunt paucis non sine fructu attingere licebit.

Ut sinus invenirentur inveniri deberent chordæ omnium arcuum quadrantis circuli, hæc autem chordæ inveniuntur per plurima problemmata q et f: ut vidimus in Secchio: cognitis chordis duorũ arcuum, invenire chordam summæ eorundem arcuum. Item cognitâ unâ

chor:

.ordâ invenire chordam arcûs dupli, vel arcûs tripli, vel arcûs quintupli, vel invenire dimidium eiusdem arcûs, vel trientem eiusdē arcûs. Quor ope problemmatum inveniunt chordae arcuum quadrantis ab arcu duor minutor usq ad 90 gradus continuo duor minutor augmento. Ista vero problemmata huic fere oã innituntur Theoremati - Si quadrilater circulo sit inscriptū factū duar diag. aequat summae ex latt. bus oppositis. Sed cum ope istar chordarum habemus inventos sinus oium usq ad quadrantem circuli licit transcendimus ista problemmata in Lectio. Apponuntur duo sequentia cum sua resolutione Problemmata ut res memoria melius infigatur.




Problemma Invenire sinus omnes uno tantum minuto differentes usq ad gradus 45°.

Resolutio Inventis chordis BC. DE. OF etc. oū arcuum quadrantis circuli. q sese ordinatim duob, minutis superant facile cognoscentur sinus omnes: CP. ES. FZ etc. uno tantū minuto differentes usq ad gradus 45°. Ratio e. quia semissio subtensae alicuius arcûs ē sinus semisseos eiusdem arcûs. Reliqui vero sinus ē F. FH. usq ad 90° invenientur ope sequentis Problemmatis.

Probl. Data sinu cuiusvis arcus invenire sinū complemēti FH sive SA.

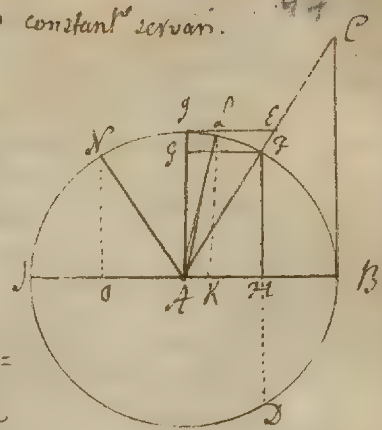
Resolutio. Ducto radio AF, quadratū AF aequatur quadrantis FS. AS. quare si ex quadrato radij seu sinûs totius auferas quadratum sinus dati FS remanet quadratum AS = FH igitur radix quadrata inde extracta dabit rectam FH sinum complementi quaesiti NB. Hic applicandū quadratū hypothenusae ē aequale quadratis cathetorum.-

NB. Quamvis Geometrae oã sua problemmata resolvere possint per solos sinus cū tn quibusdam in casibus brevior fit operatio adhibere solent Tangētes (: Secantes rari adhibent :) quapropter has quoq lineas in Tabulas redigerūt et primo inventis sinibus quaerebant Tangentes, tandem ex Tangentibus Secantes quaerebant, quare haec duo problemmata adnoto.

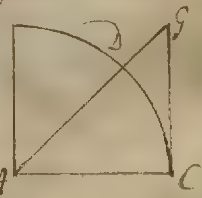
Problemma. Inventis sinibus oūm arcuum quadrantis circuli invenire Tangentes omnes...

Resolutio. Facile constat in omni casu AHF. ABC. aequiangula ee inter se.

int^r se, et consequent^r hanc proportionem constant^r servari.
AH sin compl. ad HF sinum rectum
Ita AB radius ad BC Tangentem.
Cognitis autem tribus primis Terminis,
facile cognoscet^r et quartus p. Reg:
proportionum, quare huius tantum pro:
blemmatis ope omnium arcuum quadrantis
circuli Tangentes invenientur.




NB. Ut brevitati consulat^r vitent^q errores, q
irrepere int^rdum solent in Tangentes ma=
gnorum arcuum, quippe q augent^r qm
maxime, interea dum sinus recti eorundem
arcuum vix ad sensum augent^r, limitandam censeo hanc reg. et praxim
usq ad gr. 45 Tangentes reliq invenient^r p Coroll. Theorematis seqntis.
Theor. Sinus totus e medius proportionalis int^r tangentem arcus et Tang. sui Compl.
Demonst. In fig. antecedentis esto BF quadrans circuli. Dico Tangentem BC
esse ad radium AB = AG. uti radius AG est ad Tang GE. et AB. Ac proinde
Triangula ABC. AGE. st aequiangula. Itaq BC : AB seu AG :: AG : GE. q. d. e.
Coroll. Hinc quadratum Radij aequat^r Rectangulo sub Tangente arcus, et Tange=
te sui complementi. Et si dividat^r quadratum Radij p Tang arcus, quotus, q
prodit erit Tangens sui Complementi. Er. cognitis omnibus Tang ab uno minuto
usq ad gr 45, cognosci poterunt reliq oes Tang a gradu 45 usq ad 90 gradus.
Problema. Cognitis Tang omnium arcuum quadrantis circuli invenire secantem.
Resol. in fig. antecedentis esto BC Tangens cuiuslibet huius quadratum addat^r
qu[illegible] [illegible] Summa dabit quadratum secantis AC. et extracta radice
ex quadrato AC obtinebit^r secans AC, atq ita porro de reliquis.
Theor. Tangens arcus grad 45. aequat^r Radio.
Demonst. esto arcus CD grad 45 dico Tangentem CG fore
aequalem Radio CA. Nam in Triang Rectangulo GCA.
ang GAC est 45° et consequent^r totidem graduum e ang
CGA. Itaq duo latera CG, CA aequalibus angulis oppo=
sita inter se sunt aequalia, quod erat Dem.

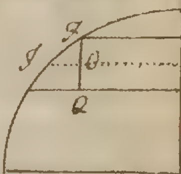



Reliqua de secantibus omitto cum illis clarissimus de la Caille n utit^r.
Notat Clavius rectius fecisse recentiores, qui n chordas, sed sinus in Tabu=
las redigerunt. Pro sinibus enim satis e quadrantem p singula minuta ex=
tendere, at p chordis necesse e totum semicirculum dividere. Et [illegible] plurimi
incommo[dis]

incommoda q. f. sinus vitant[ur], Tabula chordarum duplo major eet, quare hae · date
nostra Tabulis chordarum n[on] utunt[ur].

B. Hucusq[ue] vidimus quomodo Sinus Tangentes singulorum graduum formant[ur], at nu[llam]
mentione[m] fecimus minutorum primorum et secundorum q[uae] licet in Tabulis prolixioribus inveniant[ur]
cum tn et Tabulae eiusmodi desint, et volumine suo minus commoda forent, se-
quentibus problemmatis ostendet[ur], quomodo ex solis grad: inveniri possunt singula p mi[nuta]

Lemma. Datis Sinibus ∟X, FR. binorum arcuum ∟B. FB. q[ui] int[er] se parum differant, hoc e[st] quorum
diff[eren]tia n[on] sit maior 45 minutis invenire sinu[m] cuiuscu[m]q[ue] intermedij arcus dati.



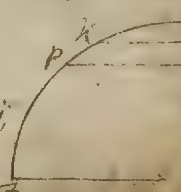
Resol. Ducat[ur] perpendicularis FO∟. erunt ∟Q. IO. diff[eren]tia sinuum ∟X. IS
ad sinum FR, et quia arcus ∟F n[on] e[st] major 45' adeoq[ue] parvus,
n[on] different arcus ∟F. IF sensibilit[er] a rectis lineis, hic pinde
∟ FQ. IFO. assumi p[ote]st ut rectilinea Triangula. Quia ergo
IO e[st] parallela ad ∟Q. erit. Ut datorum arcuum maximi, et
minimi diff[eren]tia: ad arcus medij et minimi diff[eren]tia :: Sinuum maximi, et minimi
diff[eren]tia: sinus medij et minimi diff[eren]tiam. hoc e[st]: ∟F : IF :: ∟Q : IO.
Quare cum huius analogiae tres primi termini sint noti etiam quartus IO innotescet
qui si addamus sinui dato minori FR, notus erit medius quaesitus I.

Probl. Quomodo ex Canone Trigonometrico, in quo exhibent[ur] tantum Sinus,
Tangentes etc. pro solis gradibus possemus construere Sinus. Tang: etc.
arcuum, qui praeter gradus habent minuta prima.

Resol. Esto arcus 35°. 20' cuius sequent[ur] sinus. Inveniat[ur] in tabulis
sinus arcus proxime maioris 36° et proxime minoris 35° et horum sinuum
diff[eren]tia copiat[ur] 1420,09. arcuum autem diff[eren]tia erit 1° seu 60' Fiat igit[ur]
Ut duorum arcuum maximi et minimi diff[eren]tia: arcus medij et minimi diff[eren]tiam
Ita sinus inventorum maximi et minimi diff[eren]tia: sinus medij et minimi diff[eren]tiam
hoc e[st] 60': 20' :: 1420,09 : X quartum nempe numerum proportionalem q[ui] addet[ur]
sinui respondenti arcui minori 35° si q[uae]rit[ur] Sinus, Tangens etc arcus 35°. 20'
quippe, q[uae] crescunt crescente arcu, vel subtrahat[ur] ab eodem si quaerit[ur] Cosinus
Contangens. etc. q[uae] crescente arcu contra decrescunt, et sic habebunt[ur] q[uae]ti sin[us] e[tc].

Coroll. Hinc dato quovis arcu, q[ui] contineat sola minuta prima, invenies sinum
ipsi arcui respondentem eadem prorsus methodo, qua in vulgaribus tabulis con-
tinentibus gradus, et minuta prima, eruunt[ur] pro minutis secundis, tertiis etc.

Probl. Invenire Sinum unius vel plurium secundorum minutorum



Resol. Praesentet PB. arcum unius minuti, seu 60'', KB
vero 26'', uti libuerit. Sinus autem istorum arcuum sint BM.
KN. Quoniam hi arcus insensibilit[er] differunt a lineis rectis,

assumi

assumi poterunt Triangula PB.N. KBN tanqm rectilinea et similia. Quare propor. p habet. Ut PB minut. seu 60'' ad KB 26''. Quare p Reg. Trium reperiet. in KN. 26 2dor. multiplicando videlicet 2dum Terminu 26 p 3tium, nempe p 2909 sin. unius minuti, et productum dividendo p primum nempe 60''. Hoc opere reperit. sinus unius minuti 2di $49\frac{29}{60}$ posito sinu toto = 1000000. Licebit eadem Methodo reperire sinum unius 3tij. Et sic in infinitum.

Probl. Invenire sinum arcus. q. cont. gradus et min prima cum min 2da continent.

Resol. Inveniendus e sinus graduum eg. 36°. 20'. 16''. arcum graduum 36°. 20' proxime mino dato respondet FB. Arcum vero dato proxime maiorem nempe 36°. 21' referat LB. Arcum datum 36°. 20', 16'' q int hos medius e referat IB. Sinus autem hor 3um arcuum sint. LX. FR. IS. et ducat perpendiculari FO. Arcus igit. LF utpote 1, seu 60'' arcus IF. 16'' LQ diffra sinuum LX grad 36°. 21. et FR gr 36°. 20'. Quoniam arcus LF ut pote 1 insensibilit differt a recta, et multo magis arcus IF 16'' erit: LF: IF:: LQ diffra sinuum: IO dif sinus. Ergo IO addita FR sinui 36°. 20' dabit sinum IS. gr 36°. 20'. 16'', quod erat faciendum.

Probl. Dato sinui, vel Tangenti correspondentem arcum. aut ~~Canonem~~ angulum in eodem Canone invenire.

Resol. Sinum datum quaere in Tabulis, si eum reperies, arcum illi debitum habes adscriptum. Si n inveneris quaere in ijsdem tabulis sinum proxime majorem, et proxime minorem. Subtrahat. minor a maiori, ut habeat. hor diffra, tum proximi minor sinus cum subtrahat. a proposito sinu, ut habeat diffra eor. et instituat. Regula aurea hoc pacto: Si diffra sinus proxime maioris a minore dat min 2da 60''. Diffra ppti sinus a proxime minori quot min: 2da dabit? hoc e analogia. Diffra maior: Diffram minorem :: 60'':X. et tali ratione invenie. ang in grad: min: et 2dis.

Demon. Datum signum repraesentet recta IS. cui arcus debitus n inveniat. in tabulis adscriptus. Quaere eo sinu proxime majorem, et minorem, quos referant LX, FR. ductaq perpendiculari erit. Ut LQ excessus sinus LX proxime maioris dato supra minorem FR: IO excessum sinus dati IS supra minorem FR:: arcus LF 60'': nrum 2dor, q debent arcui IF, q additus gradibus ac minutis arcus noti FB. dabit arcu debitu sinui dato IS. qd er. solv.

Notata ex Lechio pertinentia ad Logarithmos.

Probl. Proprium Canonis Logarithmici aperire.

Resol. 1mo. Logarithmorum calculus ad usum Trigonometriae, et sinuum inveniendorum minimè esset accommodatus, si nil aliud quaereret, quam Logarithmos eorum duntaxat nrorum, qui forent in aliqua ex dictis progressionibus Geometricis. Latius ad intervallos nros extendatur oportet, ut in hisce etiam eaedem operationes Arith: pari facilitate, et brevitate exerceri possent.

2do. Quia verò fas unicuique est progressionem quamlibet pro arbitrio seligere, hinc factum est, ut auctores, qui Tabulas condiderunt progressionem decuplam 1. 10. 100. etc assumpserint pro Geometrica progressione, ac nros qui sese invicem superent eodem semper excessu 10000000 pro Arithmetica. Commodiorem verò illam Logarithmorum speciem invenerit, quae cyphram ponit pro Logarithmo unitatis, et unitatem cum aliquibus cyphris pro Log: Denarij eo consilio ut in operationes Multiplicationis ac divisionis derivari facile possent.

| Progr. Geom. | Progr. Arith. |
|---|---|
| 1. | 0.0000000. |
| 10. | 1.0000000. |
| 100. | 2.0000000. |
| 1000. | 3.0000000. |
| 10000. | 4.0000000. |
| 100000. | 5.0000000. |
| 1000000. | 6.0000000. |

3tio. Denarij Logarithmus varius ponitur à diversis Authoribus prout eam varius statuitur sinus totus, seu radius, cum enim Logarithmi referantur ad inventionem sinuum, tangentium etc. ut ex dicendis patebit, tantus debet esse Denarij Logarithmus, quantus ipse radius, quare Logarithmus denarij nobis erit 1.0000000, ut etiam communiter ab alijs assumitur.

4to. Logarithmi unitatis et denarij dicuntur Logarithmi Radicales, his enim statutis reliquorum proportionalium Logarithmi habentur per aequale incrementum, ac propterea non potest mutari Logarithmorum series, augentur nempe Logarithmi, sicuti crescunt in proportionalibus ipsae proportiones, quare cum proportio 100 : 1. duplicata sit proportionis 10 : 1. et proportio 1000 : 1 Triplicata sit eiusdem proportionis 10 : 1 etc Logarithmus centenarij duplus esse dt Logarithmi denarij nempe 2,0000000, et Logarithmus millenarij triplus hoc est 3,0000000 etc.

5to. Prima Logarithmorum figura punctis solet separari à reliquis figuris, et vocatur Characteristica, sive indicativa, quippe est, quae indicat, quot.

quot figuris post primam constat numerus integer absolutus, cujus est Logarithmus. Quamobrem Logarithmi nror ab 1 usq; ad 10. exclusive characteristicam habent 0. a 10 ad 100 habent 1. et ita deinps, quippe characteristica unitate semper minor est numero notarum numeri absoluti.

oto Scopus itaq; artificij, quo tabulæ Logarithmicæ construuntur eò tendit, ut inveniant Logarithmi oum nror. q. st intr 1 et 10, inter 10 et 100 etc. Quare in re illud observandu est vulgares nros alios dici primos, alios compositos. Primi nri st, quos sola unitas metit, seu qui nullam habent partem prætr unitatem uti st: 2. 3. 5. 7. 11. 13. etc. Compti st, quos pr unitatem nrus quispiam metit ut: 4. 6. 8. 10. etc. ad Logarithmorum tabulas condendas sufficit inquirere Logarithmos nror primor, etenim ex his oum compitor Logarithmi enascunt, uti mox ostendetur.

Probl. Invenire Logarithmos oum nror. q primi vocat. quiq; terminis progressionis Geomcæ decuplæ interiecti sunt.

Resol. Opporteat invenire Logarithmum nri 9. q cu sit intiectus intr 1 et 10, postulat: ut ipsius Logarithmus qtus sit parit intiectus intr Log 0. et 1000000. nror 1 et 10. et parit medius pportionalis Arithmeticus intr 0 et 1000000. ut in Elementis Arithmeticæ pscribit, et toties repetat hæc opatio. intr alios aliosq; nros (: qd exemplo mox demonstrabimus :) donec invenias Logarithmum pxime respondentem nro 9. Observandum ptrea e in huiusmodi operationibus toties √ extrahe opportere, quia verò difficile e ex nris tam parvis extrahere tot radices, quin incidas in residuum, qd tuto negligi n possit. ac proinde subsequentes operationes impicant, docent nris 1 et 10 adijciendas eē quot volueris cyfras (: puta septem :) qd pinde e, ac si uterq; nrus par multiplicaret p 10000000. atq; hac raone intelligeret divisus in partes decimales quamminimas eo consilio, ut fractiones, q in extractionibus radicum negligunt multu afferant sensibile errore. His percepti in A et Z hi duo nri 1 et 10 septem cyfris aucti, q intr se multiplicent, et ab eor pducto 1000000000000000. extrahat √ vel magis pxima B. 31622777. hic nrus erit medius Geomc pport: intr A et Z. Inveniat parit medius proport: Arithmeticus intr Log: nror A et Z. qd obtinebimus, si addant simul eor Logarithmi vz. 0000000 et 1000000,

quor

quod summa ē 10000000. cuius semissis ē 05000000 erit medius A-
rithmeticus, q ē regione ponit_r medio Geom^s B.
Jam verò si nuper inventus medius Geom^s B. foret 3000000 haberemus
id ipsum, quod quærimus et Medius arithm^s 05000000 eēt ipsius Loga-
rithmus. Cum autem medius Geom^s B. 31622777. maior sit nro:
30000000 oportet, ut int^r hunc medium B. maiorem, et nrum A minorē
quærat_r medius Geom^s C. et int^r eor^s Logarithmos medius Arithmeti_cus
Secundus hic Medius Geom^s C minor ē utiq_z nro 30000000. sed ad eū-
dem magis accedit, qm nrus A. itaq_z omissō nro A, quærat_r tertio
medius Geom^s D int^r C et B. et in qualibet operatione quærat_r pari
medius Arithm^s int^r eorum Logarithmos.
Hic 3tius medius Geom^s D adhuc minor ē nro 30000000. cui tn pro-
pior ē qm nrus C. omittat_r itaq' C quærat_r quartus medius Geom^s E int^r
D et B. cum autem quartus adhuc multum differt à nro 30000000,
quærendus quintus et sic deinceps.
Sextus terminus G int^r F et B. maior ē nro 30000000, sed minor nro B.
quamobrem quærat_r septimus medius Geom^s H int^r F et G.
Atq_z ità semp inquirendo mediū Geom^s int^r proximè maiorem medium
iam inventum, et proximè minorem ipsô ternariô. seu 30000000, quo-
usq' occurrat medius, q ab eodē 3 nulla fractione differat, ac p indè
post ipsum 3 oēs figuræ sint 0. et assignando cuicunq' medio Geom^s su-
um simul medium Arithm^s seu Logarithmum, nam inventus cum fue-
rit dictus medius Geom^s, eius Log: p ternarij Logarithmo capiendus erit.
Igit_r post 29 operationem perveniet_r ad medium Geom^s √30000000,
cui respondebit medius Arithm^s 4771213. Log: ternarij inventus ad Lo-
garithmum Denarij 10,0000000.
Simili artificio habebis oūm nror^s 2,5,7. qui vocant_r primi. Logarith-
mos interiectos int^r 1 et 11 parit^r Logarithmos nror^s primor: nimirū
11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. 37. 41. 43. 47. 53. 59. 61. 67. 71. 73. 79. 83. 89. 97.
q int^r ponunt_r 10 et 100. ac demiq_z Logarithmos eor^s q st int^r 100, et 1000.
Nam Logarithmi nror^s primor^s, q excedunt nrum 1000 facile in-
venient_r additione simplici citra erroris sensibilis periculum.
NB. In Tabulis supputandis n ē necesse eam, qm exposuimus Metho-
du

dium adhibere, nisi in n̄ris primis, nā in ijs n̄ris, q̄ ex alior multiplicatione oriunt, q̄q dicunt compositi satis erit Logarithmos componentium addere ut habeant Logarithmus producti.

N.B. Quando n̄r. v.g. 3. inveniet Logarithmus, et q̄t st t̄mini quaerendi apponit sequens Tabula operationis Geom. et Arithmeticae.

| | Geometrice | Arithmetice | | Geometrice | Arithmetice |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 10000000 | 00000000 | H | 29961428 | 04765625 |
| B | 31622777 | 05000000 | M | 29995132 | 04770508 |
| L | 100000000 | 10000000 | L | 30028875 | 04775391 |
| A | 10000000 | 00000000 | M | 29995132 | 04770508 |
| C | 17782794 | 02500000 | N | 30011999 | 04772949 |
| B | 31622777 | 05000000 | L | 30028875 | 04775391 |
| C | 17782794 | 02500000 | M | 29995132 | 04770508 |
| D | 23713737 | 03750000 | O | 30003564 | 04771729 |
| B | 31622777 | 05000000 | N | 30011999 | 04772949 |
| D | 23713737 | 03750000 | M | 29995132 | 04770508 |
| E | 27384196 | 04375000 | P | 29999348 | 04771118 |
| B | 31622777 | 05000000 | O | 30003564 | 04771729 |
| E | 27384196 | 04375000 | P | 29999348 | 04771118 |
| F | 29427272 | 04687500 | Q | 30001456 | 04771423 |
| B | 31622777 | 05000000 | O | 30003564 | 04771729 |
| F | 29427272 | 04687500 | P | 29999348 | 04771118 |
| G | 30505279 | 04843750 | R | 30000402 | 04771271 |
| B | 31622777 | 05000000 | Q | 30001456 | 04771423 |
| F | 29427272 | 04687500 | P | 29999348 | 04771118 |
| H | 29961428 | 04765625 | S | 29996869 | 04771194 |
| G | 30505279 | 04843750 | R | 30000402 | 04771271 |
| H | 29961428 | 04765625 | S | 29996569 | 04771194 |
| I | 30232130 | 04804687 | T | 30000132 | 04771233 |
| G | 30505279 | 04843750 | R | 30000402 | 04771271 |
| H | 29961428 | 04765625 | S | 29999869 | 04771194 |
| K | 30096474 | 04785156 | V | 30000000 | 04771213 |
| I | 30232130 | 04804687 | T | 30000132 | 04771233 |
| H | 29961428 | 04765625 | | | |
| L | 30028875 | 04775391 | | | |
| K | 30046474 | 04785156 | | | |

Operationes pro inveniendo Logarithmo numeri 3.

Probl. Invenire Logarithmos n̄rorum ōum compositorum.

Resol. Inventis Logarithmis ōum primor usq ad 1000 multo facilius invenient Logarithmi ōum n̄ror ex illis compositor. Nam si duo n̄ri n̄ri primi multiplicatione alium componant, Logarithmi componentium

nentium simul additi dabunt Logarithmum compositi, sive producti, Et contra si a Logarithmo nri compti subducat Logarithmus unius numeri componentis, relinquet Logarithmus alterius componentis, seu quotientis.
Itaq si a dato Logarithmo nri 10. subducat Logarithmus, quem pon inventum nri 5 residuum erit Logarithmus nri 2. Si Logarithmus nri 2 addat nri 3 habebit Logarithmus nri 6.
Et quoniam quaternarius binarij quadratus e. et octonarius eiusde cub, Logarithmus binarij duplicatus erit quaternarij Log: ipo tripl: 8narij. Ita quoq Log: ternarij duplicatus erit 9narij Log. Et summa Logarithmorum nror 3 et 4. erit Log: nri 12. atq ita procedendo ex Logarithmis nror primor invenies Logarithmos nror compositorum.
Probl. Cognitis Logarithmis omm nror ab 1 usq ad 1000. Canonem Logarithmicum producere usq ad 10000, vel ad 100000.
Resol. Observet prius oportet, hanc ee nror indolem, ut quo majores st, eo minus habeant nror, q primi vocant. Nam ab 1 usq ad 1000 interjecti st 169 nri primi, et a 1000 usq ad 2000 duntaxat 135, à 2000 ad 3000 127. atq ita deinceps diminutione continuâ ita, ut a 9000 ad 10000 interjaceant tantummodo 110 nri primi. Sequit pro quovis nro primo haberi septem semp aut octo nros compositos. Verum quidem e eosde n ee proportionalit dispositos, aut interiecto cuilibet nro primo, sed illud semp observatis quatuor saltem, aut quinq nros comptos v antecedere x subsequi continuo qmlibet nr primu.
His animadversis, constructaq Tabula Logarithmica omnium nror naturalium ab 1 usq ad 1000 hæc eadem continuari poterit a 1000 ad quemlibet alium numerum hoc artificio.
1. E regione cuiusvis nri compti collocet Log: q ad eu de spectat p praeced probl:
2. His positis vacuæ remanebunt cellulæ Logarithmor. q nris primis respondere debent, int quos aut supra, vel infra semp habebunt quatuor, aut quinq Logarithmi nror comptor serie n interrupta, ut diximus.
3. Sedulo examinet quantu augeant ijdem Logarithmi, notabisq hoc idem incrementu semp diminui certâ quâdam quantitate, q n e sep eadem, sed quæ nonnisi unitate variari debet.
4. Quamobrem cognita diffre q ppetuo regnat int Logarithmos inventos nror comptor decerni statim poterit, quantu hæc diminuenda sit, ut inveniant Logarithmi nror primorum.

Resut

Res ut melius pateat sit exemplum. Pone iam inventos Logarithmos nror naturalium 1000 usq ad 1008 uti in Tabula sequenti. Sitq inveniendus Log: nri primi 1009. Si Logarithmi inventi invicem subtrahant alt ab altero hoc ē Logarithmus nri 1000 a Logarithmo nri 1001 atq ita deinceps usq ad 1008 notabit diffras Logarithmor diminui certa quadam quantitate, quæ variat int 4 et 5. Quare diffra 4310. Logarithmi nri 1007. à Logarithmo nri 1008. diminuat qn titte 4. qua diffra decrescunt, et residum 4306. ad dat Logarithmo nri 1008. summa erit Logarithmus nri primi 1009. q Logarithmq ~~subsegnti 1010~~ deerat int 1008 et 1010. Subduci deinde poterit Logarithmus nri 1009 à Logarithmo subsegnti 1010. et sic deinceps, ut constet an Logarithmor diffra decrescant eadem qn titte. Hâc methodo Logarithmos nror primor facile obtinebimq. qn imò si qs error irrepserit in Logarithmos nror compitor hâc notatione deprehendent nri ~~naturales~~

| Nri Natu: | Logarithmi | Diffræ | |
|---|---|---|---|
| 1000. | 30000000. | 4341. | 5. |
| 1001. | 30004341. | 4336. | 4. |
| 1002. | 30008677. | 4332. | 4. |
| 1003. | 30013009. | 4328. | 4. |
| 1004. | 30017337. | 4324. | 5. |
| 1005. | 30021661. | 4319. | 4. |
| 1006. | 30025980. | 4315. | 5. |
| 1007. | 30030295. | 4310. | 4. |
| 1008. | 30034605. | 4306. | |
| 1009. | 30038911. | | |

Observatio 1ma.

Quid causæ sit cur nri progressionis decuplæ 1. 10. etc totidem cyphris augeant, quot Logarithmus denarij. Cum nup quæremus Logarithmum Vnarij interjecti int 10 et 10 jussimus utriq addi oportere 7 cyphras, qd proinde ē, ac si utq multiplicaret per 10000000. ac proinde reducet in partes decimales qn minimas hoc pactô $\frac{10000000}{10000000} = 1.\ \frac{10,0000000.}{10000000.}$ æquale 10. etc ratio ē, quia numerorum, quim dicta progressione decupla non continent Logarithmi accurati haberi n pnt, adhibitis tn fractionibus decimalibus adeò veris propinquos reperire licet, ut si usum spectes accuratis æquipollent.

Quod ut superiore exemplo intelligas. cum quærimus Logarithmum, puta Vnarij, nihil aliud quærimus, qm Logarithmus alicuius medij proportionalis int 1, et 10. q ad Vnarium qm maximè accedat, itaq int 1,0000000. et 10.0000000 quæsitus medius proportionalis est B. 3.1622777. et int eor Logarithmos inventus medius Arithm 0.5000000.

qui eri

qui erit Logarithmus B. hoc est numeri Ternarium superantis fractione de=
cimali $\frac{1622777}{10000000}$. Figurae namque puncto ad dextram separatae sunt nume=
rator conscriptae fractionis, cuius denominator 10000000 refertur ad omnes alios numeros,
quare medius B. 3.1622777. legendus est $3\frac{1622777}{10000000}$ et rursum medius
F 30000132. legendus: $3\frac{132}{10000000}$. numerus ille integer decimalibus prae=
fixus vocatur logarithmi Characteristica, ut dictum est. Sic continua inquisitio=
ne mediorum proportionalium inter duos numeros, qui sint proxime maiores, et
minores, quam 3. devenit tandem ad numerum 30000000 = $3\frac{0000000}{10000000}$. qui vel
ne una quidem millionesima differt à 3. atque hinc eius logarithmus numero 3.
attribuitur citra errandi periculum, itaque tabulae, quae construuntur nihil aliud ex=
hibent, quam veris quam proximos Logarithmos numerorum, qui medij sunt inter 1 et
10. inter 10, et 100. etc. inquirendo semper medios proportionales veris quam
proximos, et eorum logarithmos.

## Observatio 2da.

Leges in Tabulis Logarithmicis Characteristicae in hac Logarithmo=
rum forma notabis, si Tabulas consulas Logarithmos numerorum ab 1
ad 9 habere Characteristicam 0. cum aliquot decimalibus adjunctis.
At qui sequuntur a 10 ad 99 habebit characteristicam 1. decimalibus auc=
tam, et ita porro. Hinc

1mo. Omnis quantitas, quae designatur unitate, et quolibet cyphrarum numero
puta 100, 1000 etc. habet in Logarithmi characteristica tot unitates
meris cifris praefixis, quot ipsa cifras.

2do. Quilibet alius numerus tot habet pro characteristica unitates decimales
praefixas, quot ipse numerus notis constat, sed dempta una.

3tio Hinc dato quovis numero Absoluto, puta 62075. quinque figurarum sta=
tim innotescere potest eius Logarithmi deberi 4 pro characteristica.

4to. Hinc etiam omnes numeri in ratione decupla eundem habent Logari=
thmum praeter characteristicam, ut in Tab. Logarithmorum videri potest.

## Observatio 3tia...

Cur Logarithmus denarij augendus tribus saltem ciphris, ut Loga=
rithmi aliorum numerorum inveniantur. Denarij Logarithmus varius ponitur a
diversis scriptoribus, prout etiam varius statuitur sinus totus, sive radius.
Cum enim reperiantur Logarithmi respectu sinuum, Tangentium etc., tantus
esse debet denarij Logarithmus, quantus ipse radius. Logarithmus Denarij nobis

est.

est 1000000. ut eam comunit ab alijs apumit. At pro inveniendis Logarithmis aliorum nrorum ipse Logarithmus augendus est tribus saltem ciphris, quemadmodum in inventione sinuum radius augeatur, ut fiat 1.0000000.000. Iuxta quem Logarithmum reperiendi sunt omnes alij Logarithmi, qui postea tot figuris sunt |: addendo unitatem residuo, ubi opus fuerit non secus ac de Sinibus advertimus :| quot antea fuerint adiunctae ipsi 10 Logarithmo, tum in Tab. ordinand.
Quod ut exemplo intelligas, finge tibi quemdam esse methodo superius descripta Logarithmum septenarij ad Logarithmum denarij 10000000. prout scribitur in Tabulis. Sane enim nrorum sint minores longe brevius et facilius ipsummet assequeris 0.8450980. quem si ad denarij Logarithmum 10000000.000. tribus ciphris auctum quaeras eiusdem septenarij Logarithmum 0.845098040. At primum minus idoneum statim indicabis ad reliquos Log: qui ex eo nascuntur pro Tab. construendis. Etenim Log. septenarij 0.8450980. quadruplicatus facit nrum 2401. Logarithmum. 3.3803920. at eiusdem septenarij Logarithmus 0.845098040 parit quadruplicatus gignit ipsius nri 2401 Logarithmum 3.3803921.600. hoc est 3.3803922. prout in Tabulis maioribus exhibetur.

Ratio est, quia tres ultimae figurae 400. ad dextram in Log: 7narij, quae fractionem $\frac{400}{1000}$ constituunt in multiplicationis processu ad unitatem, binarium, et ultra ascendere possunt, inveniendi igitur sunt omnes Log: ad 10 Logarithmum 1.0000000.000, et quibus postea abjiciendae sunt tres postremae figurae, et perfectiores Tab: habeantur.

## Observatio 4ta

Cur Logarithmi sine ullis fractionibus in Canone disponi possint, cum tamen saepe fractiones continere deberent. Ratio est, quia omnis error, qui in Log: maioribus ad unitatem non perveniat potest negligi, quippe qui tam parva parte sui totius, ut evanescat, ex quo sequitur, quod si alicui nro addantur ciphrae, error in illo additamento negligi possit.

## De usu Canonis Logarithmi.

Qua ratione adhibetur Canon Trigonometricus ex praecedentibus problematis innotescere potest, jam ergo quomodo adhibentur Logarithmi nrorum integrorum, naturalium, brevissima singillatim datur notatio. Hic pauca adferemus, quae pertinent ad Logarithmos nrorum proprie vel improprie fractorum, integrorum simul cum fractione.
1mo. Si detur fractio proprie dicta vg $\frac{4}{5}$ cuius volo scire Logarithmum. Ex principijs de la Caille 344. scimus Logarithmos fractionum propriarum esse defectivos. Inde regula, ut Characteristica Logarithmi nratoris augeatur decade et operatio iuxta solitas regulas instituatur pro Logarithmos. Ut in praesenti exemplo Logarithmus nratoris. h.e. dividendi 4. 0.60206. addatur Characteristica

ristica decas et habebit[ur] Logarithmus 10. 60206. a quo Logarithmo sic aucto subtrahat[ur] Logarithmus divisoris nempe 7. q[ui] e[st] 0.84510. residuum erit Logarithmus quotientis nẽpe 9.75696. Vide elem[enta] de la Caille № 346.

2do. Si fractio sit impropria v.g. $\frac{12}{3}$ tunc à log: divid: subtrahat[ur] Logarithmus divisoris, ut in hoc exemplo. a log. dividendi 12. q[ui] e[st] 1.0791812. subtrahat[ur] logarithmus divisoris q[ui] e[st]: 0.4771212. residuũ erit logarithmus quotientis hoc e[st]: 0.6020600. q[ui] e[st] logarithmus n[umer]i 4. nam $\frac{12}{3} = 4$.

3tio. Si dat[ur] integer n[umer]us cum fracto, cuius volo scire logarithmũ, tunc vel n[umer]us integer cum fracto reducat[ur] ad unicam fractionem, et huius fractionis per regulam praecedentem quaerat[ur] logarithmus, v[el] prius data fractio reducat[ur] in decimalem, et adiungat[ur] n[umer]o integro, ac secundum generalem methodũ queratur Logarithmus.

NB. Si fractionũ notae plures evadant, quam in Canone Tabular[um] inveniunt[ur], Compleri Logarithmi d[ebe]nt iuxta has reg: quas vidimus, dum complebamus Logarithmos n[umer]or[um] integr[orum]: Characteristicae t[ame]n semper ratio habenda.

## Supplementa ad Logarithmos.

1mũ Theor. In p[ro]gressione quacunq[ue] Geom[etrica] ∺ $a.\ aq.\ aq^2.\ aq^3.\ aq^4.\ aq^5.\ aq^6.\ aq^7.\ aq^8.$ factum ex duobus terminis quibuscunq[ue] divisum p[er] t[er]minũ primum adaequat t[er]minũ illum eiusdem progressionis, cuius exponens e[st] aequale summae exponentium utriusq[ue] factoris v.g. $aq^2 \times aq^4 = aaq^6$. porro $aaq^6 = aq^6$, q[ui] e[st] 7mus t[er]minus ille scil:, cuius exponens adaequat summam exponentiũ 2+4 utriusq[ue] factoris. Coroll. Unde si $a=1$ esset $aaq^6 = 1q^6 = q^6$. Ergo si progressio incipit ab unitate, seu $q^0$. factum ex duobus t[er]minis adaequabit illum terminũ, cuius exponens e[st] sũma exponentium utriusq[ue] factoris.

2dum. Theor. In eadem progressione si t[er]minus quilibet multiplicet[ur] p[er] primũ et dividat[ur] p[er] alium q[uem]libet, quotus erit aequalis illi t[er]mino eiusdẽ progressionis, cuius exponens adaequat diff[erenti]am exponentium. v.g. $\frac{aq^5 \times 2}{aq^3} = \frac{aq^5}{aq^3} = aq^{5-3} = aq^2$ Corollarium unde iterum, si $a=1$ erit $aq^5 \times a = aq^5$ et $aq^3 = q^3$. unde $\frac{aq^5}{aq^3} = q^2$.

3tium Theor. In eadem progressione si unus quilibet terminus elevet[ur] ad quamlibet potentiam. factum divisum p[er] primũ t[er]minum elevatũ ad potẽtiã uno gradu minorem adaequat illum eiusdem progressionis t[er]minum, cuius exponens e[st] = exponenti radicis multiplicatae p[er] exponentẽ potentiae, ad q[ua]m illa sic evecta e[st]. v.g. si $aq^2$ ad 4tam potentiam elevet[ur] erit factum $a^4q^8$. porro $\frac{a^4q^8}{a^3} = aq^8$. nempe $8 = 2 \times 4$. Corollarium. Iter[um] si $a=1$. esset. $aq^2 = 1q^2 = q^2$. porro $q^{2\cdot 8} = q^8 = 4.\ 214$..

4tum. Theor. E Contrario si t[er]minus quilibet ducat[ur] in primũ aliquot vicibus, et factum dividat[ur] p[er] aliũ quemlibet minorem eodem n[umer]o vicium, quotus erit aequalis illi ipsi divisori v.g. sit: $aq^4 \times aq^2 = a^2q^6$. porro $\frac{aq^9}{aq^3} = aq^6$ et $\frac{a^2q^6}{aq^3} = 1\,aq^3$.

Coroll

Coroll. Hinc etiã pt. quod si $a=1$ erit $\overset{3}{a}q^9 = 1q^9 = q^9$. porro $\frac{q^9}{q^3} = q^6$ et $\frac{q^6}{q^3} = q^3$.
Ex his quatuor Theor. et totidem Coroll. deducuntur 8 canones, seu regulae practicae pro casibus, in quibus Logarithmus unitatis est 0. et totidem pro casibus, ubi supponitur Logarithmus unitatis $= 10.$ vel $100$ etc. nempe 1. Log. $(a \times b) = \log a + \log b$ / 2. log. $\frac{a}{b} = \log. a - \log. b$ / 3. $a^m = m \times \log. a$ / 4. Log $\sqrt[n]{a} = \log \frac{a}{n}$ / 5. Log: $a \times b = \log. a + \log. b - \log. (1)$ / 6. Log $\frac{a}{b} = \log. a + \log (1) - \text{Log}. b$ / 7. Log. $a^m = \log. a \times m - \log (1) \times m - (1)$ / 8. $\text{Log}. \sqrt[n]{a} = \frac{\log (a) + \log (1) \times n - 1}{n}$

## Problemma primum.

Invenire n̄rum respondentem Logarithmo dato. Solutio. 1mus Casus. Si eius Characteristica n̄ superat maximam, q̄ sit in Tabula. 1mo. accipiatur n̄rus respondens Logarithmo proximè minori. 2do. Idem Logarithmus proximè minor subtrahatur à proximè maiori, et haec diffrã sit d. 3to. fiat D : d :: 1 : X, ille quartus Terminus, q prodibit, erit fractio decimalis adjungenda n̄ro primo invento. Itaq̄ pro praxi sufficit adjungere diffrae d. tot cifras, qt requiruntur decim. et dividere per D.
2dus Casus. Si Characteristica Logarithmi dati superat maximã, q sit in Tabula. 1mo. Queratur cum Characteristica maxima Tabularum, et si reperiatur exactè n̄rus respondens, accipiantur, cui addentur tot ciphrae, quot unitatibus data Characteristica supptam superabat. 2do. Si non reperitur exactè, quaeratur ut in prai. quantitas X adjungenda n̄ro proxime minori et hoc toto resecentur versus sinistram tot notae integrae, qt demõstrat Chrstca, residuae erunt decimales.

## Problemma 2dum.

Numero dato invenire Logarithmũ respondentem. Solutio.
1mus casus Quando merè integer datur. 1mo. si n̄ superat 10000. in minoribus Tabulis. Si n̄ superat in maioribus Tabulis 10000, in maioribus dabitur Logarithmus respondens. 2do. Si maximũ n̄rũ Tabular. superat, sed meris ciphris accipiatur Logarithmus respondens ijs notis q̄ inveniuntur, et Characteristicae tot addantur unitates, quot ciphris excedit n̄rus datus n̄rum Tabularũ. 3tiõ. Si notis valentibus excedit, tot resecentur à dextris notae, quot notis superat maximum Tabular., q easdẽ habent initiales, reliquarum ad sinistram remanẽtium queratur Logarithmus, cuius Characteristica tot augeatur unitatibus, quot notae sunt resectae, dein fiat proportio, cuius primus sit Terminus 1 cum tot ciphris, qt notae fuerant resectae. 2dus Diffrã int. Log. inventũ, et Log: proximè sequentem, 3tius vero notae ipsae resectae. 4tus erit quantitas addenda cum Logarithmo invento. Summa dabit Logarithmum quaesitum. Itaq̄ pro praxi sufficit notas resectas ducere in differentiam D. et ex facto versus dextram

tram tot notas resecare, quot primo resectæ fuerant, quod manebit ad Sinistram addetur Logarithmo invento. 2dus Casus. Si nrus datus constat integro et fracto. 1º. Si adiuncta fractio non sit decimalis, in decimalem convertatur ut infrà. 2do. Integer cum decimalibus habeatur pro nro integro, et eius Logarithmus quæratur ut casu 1mo. sed ea tantum Characteristica adhibeatur, quæ congruit parti integræ.

Harum operationum fundamentum primum est, quod differentiæ Logarithmorum fere proportionales sint differentiis nrorum respondentium, quod quamvis in rigore talium sit, non potest tamen errorem sensibilem producere, quamdiu Logarithmi Characteristica non erit plus quam dupla maximæ Tabularum hinc patet valere proportionem præscriptam (probl. 1.) differentia inter duos Logarithmos, quorum nri differunt inter se unitate ad differentiam eorum, quorum nri differunt portione unitatis ut unitas ad eius portionem quæsitam, Valet etiam proportio præscripta (probl. 2.) Differentia inter duos nros, qui inter se differunt decade, vel centenario, vel millenario, ad differentiam Logarithmorum respondentium, ut huius portio decadis, qua medius excedit minorem, vel centenarii vel millenarii etc. ad portionem differentiæ, qua Log. medius excedit minorem.

2dum fundamentum est, quod nrorum omnium, qui non differunt, nisi per ciphras finales Logarithmi non differunt, nisi per Characteristicam nrorum 35, 350, 3500, 35000. Logarithmus est 0.5440680, sed in primo Characteristica erit 0, in 2do. 1. in 3tio 2. etc. unde patet toties per 10 multiplicari nrum, quot unitates Characteristicæ adduntur eius Logarithmi, et contra toties per 10 dividi, quot unitates ex ea detrahuntur.

Fractio vulgaris, si eius Denominator non superat 9. reducta convertatur in Decimalem, ut in Tab. a nobis data, si autem maior sit Logarithmi nratoris Characteristica augeatur tot unitatibus, quot requiruntur notæ decimales, et ex eo subtrahatur Logarithmus Denominatoris, Residuum erit Logarithmus Fractionis Decimalis quæsitæ. Logarithmicæ fit hæc proportio: Denominator: numeratorem:: alter Denominator: alterum Numeratorem.

Modo sequitur Tabula Constructa Logarithmorum numerorum naturalium usque ad 1330.

Logarithmi

# LOGARITHMI NUMERORUM NATURALIUM

| Nri | Logarithmi | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 0.0000000. | 52. | 1.7160033. | 103. | 2.0128372. | 155. | 2.1903317. | 206. | 2.3138672. | 257. | 2.4099331 |
| 2. | 0.3010300. | 53. | 1.7242759. | 104. | 2.0170333. | 156. | 2.1931246. | 207. | 2.3159703. | 258. | 2.4116197 |
| 3. | 0.4771212. | 54. | 1.7323938. | 105. | 2.0211893. | 157. | 2.1958996. | 208. | 2.3180633. | 259. | 2.4132998. |
| 4. | 0.6020600. | 55. | 1.7403627. | 106. | 2.0253059. | 158. | 2.1986571. | 209. | 2.3201463. | 260. | 2.4149733. |
| 5. | 0.6989700. | 56. | 1.7481880. | 107. | 2.0293838. | 159. | 2.2013971. | 210. | 2.3222193. | 261. | 2.4166405. |
| 6. | 0.7781512. | 57. | 1.7558748. | 108. | 2.0334238. | 160. | 2.2041200. | 211. | 2.3242824. | 262. | 2.4183013. |
| 7. | 0.8450980. | 58. | 1.7634280. | 109. | 2.0374265. | 161. | 2.2068259. | 212. | 2.3263359. | 263. | 2.4199557. |
| 8. | 0.9030900 | 59. | 1.7708520. | 110. | 2.0413927. | 162. | 2.2095150. | 213. | 2.3283796. | 264. | 2.4216039. |
| 9. | 0.9542425 | 60. | 1.7781512. | 111. | 2.0453230. | 163. | 2.2121876. | 214. | 2.3304138. | 265. | 2.4232459. |
| 10. | 1.0000000. | 61. | 1.7853298 | 112. | 2.0492180. | 164. | 2.2148438. | 215. | 2.3324385. | 266. | 2.4248816. |
| 11. | 1.0413927. | 62. | 1.7923917. | 113. | 2.0530784. | 165. | 2.2174839. | 216. | 2.3344537. | 267. | 2.4265113. |
| 12. | 1.0791812. | 63. | 1.7993405. | 114. | 2.0569048. | 166. | 2.2201081. | 217. | 2.3364597. | 268. | 2.4281348. |
| 13. | 1.1139433. | 64. | 1.8061800. | 115. | 2.0606978. | 167. | 2.2227165. | 218. | 2.3384565. | 269. | 2.4297523. |
| 14. | 1.1461280. | 65. | 1.8129133. | 116. | 2.0644580. | 168. | 2.2253093. | 219. | 2.3404441. | 270. | 2.4313638. |
| 15. | 1.1760913. | 66. | 1.8195439. | 117. | 2.0681859. | 169. | 2.2278867. | 220. | 2.3424227. | 271. | 2.4326963. |
| 16. | 1.2041200. | 67. | 1.8260748. | 118. | 2.0718820. | 170. | 2.2304489. | 221. | 2.3443923. | 272. | 2.4345689. |
| 17. | 1.2304489 | 68. | 1.8325089. | 119. | 2.0755470. | 171. | 2.2329961. | 222. | 2.3463530. | 273. | 2.4361626. |
| 18. | 1.2552725. | 69. | 1.8388491. | 120. | 2.0791812. | 172. | 2.2355284. | 223. | 2.3483049. | 274. | 2.4377506. |
| 19. | 1.2787536. | 70. | 1.8450980. | 121. | 2.0827854. | 173. | 2.2380461. | 224. | 2.3502480. | 275. | 2.4393327. |
| 20. | 1.3010300. | 71. | 1.8512583. | 122. | 2.0863598. | 174. | 2.2405492. | 225. | 2.3521825. | 276. | 2.4409091. |
| 21. | 1.3222193. | 72. | 1.8573325. | 123. | 2.0899051. | 175. | 2.2430380. | 226. | 2.3541084. | 277. | 2.4424798. |
| 22. | 1.3424227. | 73. | 1.8633229. | 124. | 2.0934217. | 176. | 2.2455127. | 227. | 2.3560259. | 278. | 2.4440448. |
| 23. | 1.3617278. | 74. | 1.8692317. | 125. | 2.0969100. | 177. | 2.2479733. | 228. | 2.3579348. | 279. | 2.4456042. |
| 24. | 1.3802112. | 75. | 1.8750613. | 126. | 2.1003705. | 178. | 2.2504200. | 229. | 2.3598355. | 280. | 2.4471580 |
| 25. | 1.3979400 | 76. | 1.8808136. | 127. | 2.1038037. | 179. | 2.2528530. | 230. | 2.3617278. | 281. | 2.4487063 |
| 26. | 1.4149733. | 77. | 1.8864907. | 128. | 2.1072100. | 180. | 2.2552725. | 231. | 2.3636120. | 282. | 2.4502491. |
| 27. | 1.4313638. | 78. | 1.8920946. | 129. | 2.1105897. | 181. | 2.2576786. | 232. | 2.3654880. | 283. | 2.4517864. |
| 28. | 1.4471580. | 79. | 1.8976271. | 130. | 2.1139433. | 182. | 2.2600714. | 233. | 2.3673559. | 284. | 2.4533183. |
| 29. | 1.4623980. | 80. | 1.9030900. | 131. | 2.1172713. | 183. | 2.2624511. | 234. | 2.3692159. | 285. | 2.4548449 |
| 30. | 1.4771212. | 81. | 1.9084850. | 132. | 2.1205739. | 184. | 2.2648178. | 235. | 2.3710679. | 286. | 2.4563660. |
| 31. | 1.4913617. | 82. | 1.9138138. | 133. | 2.1238516. | 185. | 2.2671717. | 236. | 2.3729120. | 287. | 2.4578819. |
| 32. | 1.5051500. | 83. | 1.9190781. | 134. | 2.1271048. | 186. | 2.2695129. | 237. | 2.3747483. | 288. | 2.4593925. |
| 33. | 1.5185139. | 84. | 1.9242793. | 135. | 2.1303338. | 187. | 2.2718416. | 238. | 2.3765770. | 289. | 2.4608978. |
| 34. | 1.5314789. | 85. | 1.9294189. | 136. | 2.1335389. | 188. | 2.2741578. | 239. | 2.3783979. | 290. | 2.4623980. |
| 35. | 1.5440680 | 86. | 1.9344984. | 137. | 2.1367206. | 189. | 2.2764618. | 240. | 2.3802112. | 291. | 2.4638930 |
| 36. | 1.5563025 | 87. | 1.9395192. | 138. | 2.1398791. | 190. | 2.2787536. | 241. | 2.3820170. | 292. | 2.4653829. |
| 37. | 1.5682017. | 88. | 1.9444827. | 139. | 2.1430148. | 191. | 2.2810334. | 242. | 2.3838154. | 293. | 2.4668676. |
| 38. | 1.5797836. | 89. | 1.9493900. | 140. | 2.1461280. | 192. | 2.2833012. | 243. | 2.3856063. | 294. | 2.4683473. |
| 39. | 1.5910646. | 90. | 1.9542425 | 141. | 2.1492191. | 193. | 2.2855573. | 244. | 2.3873898. | 295. | 2.4698220. |
| 40. | 1.6020600. | 91. | 1.9590414. | 142. | 2.1522883. | 194. | 2.2878017. | 245. | 2.3891661. | 296. | 2.4712917. |
| 41. | 1.6127839. | 92. | 1.9637878. | 143. | 2.1553360. | 195. | 2.2900346. | 246. | 2.3909351. | 297. | 2.4727564. |
| 42. | 1.6232493. | 93. | 1.9684829. | 144. | 2.1583625. | 196. | 2.2922561. | 247. | 2.3926969. | 298. | 2.4742163. |
| 43. | 1.6334685. | 94. | 1.9731278. | 145. | 2.1613680. | 197. | 2.2944662. | 248. | 2.3944517. | 299. | 2.4756712. |
| 44. | 1.6434527. | 95. | 1.9777236. | 146. | 2.1643528. | 198. | 2.2966652. | 249. | 2.3961993. | 300. | 2.4771212. |
| 45. | 1.6532125. | 96. | 1.9822712. | 147. | 2.1673173. | 199. | 2.2988531. | 250. | 2.3979400. | 301. | 2.4785665. |
| 46. | 1.6627578. | 97. | 1.9867717. | 148. | 2.1702617. | 200. | 2.3010300. | 251. | 2.3996737. | 302. | 2.4800069. |
| 47. | 1.6720979. | 98. | 1.9912261. | 149. | 2.1731863. | 201. | 2.3031961. | 252. | 2.4014005. | 303. | 2.4814426. |
| 48. | 1.6812412. | 99. | 1.9956352 | 150. | 2.1760913. | 202. | 2.3053514. | 253. | 2.4031205. | 304. | 2.4828736 |
| 49. | 1.6901961. | 100. | 2.0000000. | 151. | 2.1789769. | 203. | 2.3074960. | 254. | 2.4048337. | 305. | 2.4842998. |
| 50. | 1.6989700. | 101. | 2.0043214. | 152. | 2.1818436. | 204. | 2.3096302. | 255. | 2.4065402. | 306. | 2.4857214 |
| 51. | 1.7075702. | 102. | 2.0086002. | 153. | 2.1846914. | 205. | 2.3117539. | 256. | 2.4082400. | 307. | 2.4871384. |
| | | | | 154. | 2.1875207. | | | | | | |

| N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 308 | 2.4889507. | 361 | 2.5575072. | 414. | 2.6170003. | 467. | 2.6693169. | 519 | 2.7151674 | 573. | 2.7581546. |
| 309 | 2.4899585. | 362. | 2.5587686. | 415. | 2.6180481. | 468. | 2.6702458. | 520. | 2.7160033 | 574. | 2.7589119. |
| 310 | 2.4913617. | 363. | 2.5599066. | 416. | 2.6190933. | 469. | 2.6711728. | 521. | 2.7168377. | 575. | 2.7596678. |
| 311. | 2.4927604. | 364 | 2.5611014. | 417. | 2.6201360. | 470. | 2.6720979. | 522 | 2.7176705. | 576 | 2.7604225. |
| 312. | 2.4941546. | 365 | 2.5622929 | 418. | 2.6211763. | 471. | 2.6730209 | 523 | 2.7185017. | 577. | 2.7611758. |
| 313. | 2.4955443. | 366. | 2.5634812. | 419. | 2.6222140. | 472. | 2.6739420. | 524 | 2.7193313. | 578 | 2.7619278. |
| 314. | 2.4969296. | 367. | 2.5646661. | 420. | 2.6232493 | 473. | 2.6748611. | 525. | 2.7201593. | 579. | 2.7626786 |
| 315. | 2.4983105. | 368 | 2.5658478. | 421. | 2.6242821 | 474. | 2.6757783. | 526. | 2.7209857. | 580. | 2.7634280. |
| 316. | 2.4996871. | 369. | 2.5670264. | 422. | 2.6253124. | 475. | 2.6766936. | 527. | 2.7218106. | 581. | 2.7641761. |
| 317. | 2.5010593. | 370. | 2.5682017. | 423. | 2.6273404. | 476. | 2.6776069 | 528 | 2.7226339. | 582 | 2.7649230. |
| 318. | 2.5024271. | 371. | 2.5693739. | 424. | 2.6273659 | 477. | 2.6785184. | 529 | 2.7234557. | 583 | 2.7656685. |
| 319. | 2.5037907. | 372. | 2.5705429. | 425. | 2.6283889 | 478. | 2.6794279. | 530. | 2.7242759. | 584 | 2.7664128. |
| 320. | 2.5051500. | 373. | 2.5717088. | 426. | 2.6294096. | 479. | 2.6803355. | 531. | 2.7250945 | 585 | 2.7671559. |
| 321. | 2.5065050 | 374. | 2.5728716. | 427. | 2.6304279. | 480. | 2.6812412. | 532 | 2.7259116. | 586 | 2.7678976. |
| 322. | 2.5078559. | 375. | 2.5740313. | 428. | 2.6314438 | 481. | 2.6821451. | 533. | 2.7267272. | 587. | 2.7686381. |
| 323. | 2.5092025. | 376. | 2.5751878. | 429. | 2.6324573. | 482. | 2.6830470. | 534. | 2.7275413. | 588. | 2.7693773. |
| 324. | 2.5105450. | 377. | 2.5763413. | 430. | 2.6334685. | 483. | 2.6839471 | 535. | 2.7283538 | 589. | 2.7701153 |
| 325. | 2.5118834. | 378. | 2.5774918. | 431. | 2.6344773. | 484. | 2.6848454 | 536. | 2.7291648. | 590. | 2.7708520. |
| 326. | 2.5132176. | 379. | 2.5786392 | 432 | 2.6354837. | 485. | 2.6857417. | 537. | 2.7299743 | 591. | 2.7715875. |
| 327. | 2.5145477. | 380. | 2.5797836. | 433. | 2.6364879. | 486. | 2.6866363. | 538. | 2.7307823 | 592. | 2.7723217. |
| 328. | 2.5158738. | 381. | 2.5809250. | 434. | 2.6374897. | 487. | 2.6875290. | 539. | 2.7315888 | 593. | 2.7730547. |
| 329. | 2.5171959. | 382. | 2.5820634. | 435. | 2.6384893 | 488. | 2.6884198 | 540. | 2.7323938. | 594. | 2.7737864. |
| 330. | 2.5185139. | 383. | 2.5831988. | 436. | 2.6394865 | 489. | 2.6893089 | 541. | 2.7331973. | 595. | 2.7745170. |
| 331. | 2.5198280. | 384. | 2.5843312. | 437. | 2.6404814 | 490. | 2.6901961 | 542. | 2.7339993 | 596. | 2.7752463. |
| 332. | 2.5211381. | 385. | 2.5854607. | 438. | 2.6414741 | 491. | 2.6910815. | 543. | 2.7347998. | 597. | 2.7759743. |
| 333. | 2.5224442. | 386. | 2.5865873. | 439. | 2.6424645. | 492 | 2.6919651. | 544. | 2.7355989. | 598. | 2.7767012. |
| 334 | 2.5237465. | 387. | 2.5877110. | 440 | 2.6434527 | 493 | 2.6928469 | 545. | 2.7363965. | 599 | 2.7774268. |
| 335. | 2.5250448. | 388 | 2.5888317. | 441. | 2.6444386. | 494 | 2.6937269. | 546. | 2.7371926. | 600 | 2.7781512. |
| 336. | 2.5263393. | 389. | 2.5899496. | 442 | 2.6454223. | 495. | 2.6946052 | 547. | 2.7379873. | 601. | 2.7788745. |
| 337. | 2.5276299. | 390. | 2.5910646. | 443. | 2.6464037. | 496. | 2.6954817. | 548. | 2.7387806. | 602. | 2.7795965. |
| 338. | 2.5289167. | 391. | 2.5921768. | 444. | 2.6473830 | 497. | 2.6963564 | 549. | 2.7395723 | 603 | 2.7803173. |
| 339. | 2.5301997. | 392 | 2.5932861. | 445. | 2.6483600. | 498. | 2.6972293 | 550. | 2.7403627 | 604. | 2.7810369. |
| 340. | 2.5314789. | 393. | 2.5943925. | 446. | 2.6493349 | 499. | 2.6981005. | 551. | 2.7411516. | 605. | 2.7817554. |
| 341. | 2.5327544. | 394 | 2.5954962. | 447. | 2.6503075 | 500. | 2.6989700 | 552. | 2.7419391. | 606 | 2.7824726. |
| 342. | 2.5340261. | 395. | 2.5965971. | 448. | 2.6512780. | 501. | 2.6990377. | 553. | 2.7427251. | 607. | 2.7831887. |
| 343. | 2.5352941. | 396. | 2.5976952. | 449. | 2.6522463 | 502 | 2.6998377 | 554. | 2.7435098 | 608 | 2.7839036. |
| 344. | 2.5365584. | 397. | 2.5987905. | 450. | 2.6532125. | 502 | 2.7007037. | 555 | 2.7442930 | 609 | 2.7846173. |
| 345. | 2.5378191. | 398 | 2.5998831. | 451. | 2.6541765. | 503. | 2.7015680. | 556. | 2.7450748 | 610. | 2.7853298. |
| 346 | 2.5390761. | 399. | 2.6009729. | 452. | 2.6551384. | 504. | 2.7024305 | 557. | 2.7458552. | 611. | 2.7860412. |
| 347. | 2.5403295. | 400. | 2.6020600. | 453. | 2.6560982 | 505. | 2.7032914 | 558. | 2.7466342. | 612 | 2.7867514 |
| 348 | 2.5415792 | 401. | 2.6031444. | 454. | 2.6570558. | 506 | 2.7041505 | 559. | 2.7474118. | 613. | 2.7874605. |
| 349 | 2.5428254. | 402. | 2.6042260. | 455. | 2.6580114 | 507. | 2.7050080 | 560. | 2.7481880 | 614. | 2.7881684. |
| 350 | 2.5440680 | 403. | 2.6053050 | 456. | 2.6589648 | 508 | 2.7058637 | 561. | 2.748962 | 615. | 2.788751. |
| 351 | 2.5453071. | 404 | 2.6063814. | 457. | 2.6599162. | 509 | 2.7067178. | 562 | 2.7497363 | 616 | 2.7895807 |
| 352 | 2.5465427. | 405. | 2.6074550. | 458. | 2.6608655. | 510. | 2.7079702 | 563 | 2.7505084 | 617. | 2.7902852 |
| 353 | 2.5477747. | 406 | 2.6085260. | 459. | 2.6618127. | 511. | 2.7084209 | 564. | 2.7512791 | 618 | 2.7909885. |
| 354 | 2.5490033. | 407. | 2.6095944. | 460. | 2.6627578. | 512. | 2.7092700 | 565. | 2.7520484 | 619 | 2.7916906. |
| 355 | 2.5502283. | 408. | 2.6106602. | 461. | 2.6637009 | 513. | 2.7101174 | 566. | 2.7528164 | 620. | 2.7923917. |
| 356 | 2.5514500. | 409. | 2.6117233. | 462. | 2.6646420. | 514 | 2.7109631. | 567. | 2.7535831 | 621 | 2.7930916. |
| 357. | 2.5526681 | 410. | 2.6127839. | 463. | 2.6655810. | 515. | 2.7118072 | 568. | 2.7543483 | 622 | 2.7937904 |
| 358 | 2.5538830. | 411. | 2.6138418. | 464. | 2.6665180. | 516. | 2.7126497. | 569. | 2.7551123. | 623 | 2.7944880. |
| 359 | 2.5550944. | 412. | 2.6148972. | 465. | 2.6674529. | 517. | 2.7134905. | 570. | 2.7558740 | 624 | 2.7951846. |
| 360 | 2.5563025. | 413. | 2.6159504 | 466. | 2.6683859 | 518 | 2.7143298. | 572 | 2.7573960 | 625 | 2.7958800. |

| N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 626 | 2.7965744 | 683 | 2.8344207 | 741 | 2.8698182 | 801 | 2.9036325 | 859 | 2.9339932 | 919 | 2.9633155 |
| 627 | 2.7972675 | 684 | 2.8350561 | 742 | 2.8704039 | 802 | 2.9041744 | 860 | 2.9344984 | 920 | 2.9637878 |
| 628 | 2.7979596 | 685 | 2.8356906 | 743 | 2.8709888 | 803 | 2.9047155 | 861 | 2.9350031 | 921 | 2.9642596 |
| 629 | 2.7986506 | 686 | 2.8363241 | 744 | 2.8715729 | 804 | 2.9052560 | 862 | 2.9355073 | 922 | 2.9647309 |
| 630 | 2.7993405 | 687 | 2.8369567 | 745 | 2.8721563 | 805 | 2.9057959 | 863 | 2.9360108 | 923 | 2.9652017 |
| 631 | 2.8000294 | 688 | 2.8375884 | 746 | 2.8727388 | 806 | 2.9063350 | 864 | 2.9365137 | 924 | 2.9656720 |
| 632 | 2.8007171 | 689 | 2.8382192 | 747 | 2.8733206 | 807 | 2.9068735 | 865 | 2.9370161 | 925 | 2.9661417 |
| 633 | 2.8014037 | 690 | 2.8388491 | 748 | 2.8739016 | 808 | 2.9074114 | 866 | 2.9375179 | 926 | 2.9666110 |
| 634 | 2.8020893 | 691 | 2.8394780 | 749 | 2.8744818 | 809 | 2.9079485 | 867 | 2.9380191 | 927 | 2.9670797 |
| 635 | 2.8027737 | 692 | 2.8401061 | 750 | 2.8750613 | 810 | 2.9084850 | 868 | 2.9385197 | 928 | 2.9675480 |
| 636 | 2.8034571 | 693 | 2.8407332 | 751 | 2.8756399 | 811 | 2.9090209 | 869 | 2.9390198 | 929 | 2.9680157 |
| 637 | 2.8041394 | 694 | 2.8413595 | 752 | 2.8762178 | 812 | 2.9095560 | 870 | 2.9395192 | 930 | 2.9684829 |
| 638 | 2.8048207 | 695 | 2.8419848 | 753 | 2.8767950 | 813 | 2.9100905 | 871 | 2.9400181 | 931 | 2.9689497 |
| 639 | 2.8055009 | 696 | 2.8426092 | 754 | 2.8773713 | 814 | 2.9106244 | 872 | 2.9405165 | 932 | 2.9694159 |
| 640 | 2.8061800 | 697 | 2.8432328 | 755 | 2.8779470 | 815 | 2.9111576 | 873 | 2.9410142 | 933 | 2.9698816 |
| 641 | 2.8068580 | 698 | 2.8438554 | 756 | 2.8785218 | 816 | 2.9116902 | 874 | 2.9415114 | 934 | 2.9703469 |
| 642 | 2.8075350 | 699 | 2.8444772 | 757 | 2.8790959 | 817 | 2.9122220 | 875 | 2.9420080 | 935 | 2.9708116 |
| 643 | 2.8082110 | 700 | 2.8450980 | 758 | 2.8796692 | 818 | 2.9127533 | 876 | 2.9425041 | 936 | 2.9712758 |
| 644 | 2.8088859 | 701 | 2.8457180 | 759 | 2.8802418 | 819 | 2.9132839 | 877 | 2.9429996 | 937 | 2.9717396 |
| 645 | 2.8095597 | 702 | 2.8463371 | 760 | 2.8808136 | 820 | 2.9138138 | 878 | 2.9434945 | 938 | 2.9722028 |
| 646 | 2.8102325 | 703 | 2.8469553 | 761 | 2.8813847 | 821 | 2.9143432 | 879 | 2.9439889 | 939 | 2.9726656 |
| 647 | 2.8109043 | 704 | 2.8475727 | 762 | 2.8819550 | 822 | 2.9148718 | 880 | 2.9444827 | 940 | 2.9731279 |
| 648 | 2.8115750 | 705 | 2.8481891 | 763 | 2.8825245 | 823 | 2.9153998 | 881 | 2.9449759 | 941 | 2.9735896 |
| 649 | 2.8122447 | 706 | 2.8488047 | 764 | 2.8830934 | 824 | 2.9159272 | 882 | 2.9454686 | 942 | 2.9740509 |
| 650 | 2.8129134 | 707 | 2.8494194 | 765 | 2.8836614 | 825 | 2.9164539 | 883 | 2.9459607 | 943 | 2.9745117 |
| 651 | 2.8135810 | 708 | 2.8500333 | 766 | 2.8842288 | 826 | 2.9169800 | 884 | 2.9464523 | 944 | 2.9749720 |
| 652 | 2.8142476 | 709 | 2.8506462 | 767 | 2.8847954 | 827 | 2.9175055 | 885 | 2.9469433 | 945 | 2.9754318 |
| 653 | 2.8149132 | 710 | 2.8512583 | 768 | 2.8853612 | 828 | 2.9180303 | 886 | 2.9474337 | 946 | 2.9758911 |
| 654 | 2.8155777 | 711 | 2.8518696 | 769 | 2.8859263 | 829 | 2.9185545 | 887 | 2.9479236 | 947 | 2.9763500 |
| 655 | 2.8162413 | 712 | 2.8524800 | 770 | 2.8864907 | 830 | 2.9190781 | 888 | 2.9484130 | 948 | 2.9768083 |
| 656 | 2.8169038 | 713 | 2.8530895 | 771 | 2.8870544 | 831 | 2.9196010 | 889 | 2.9489018 | 949 | 2.9772662 |
| 657 | 2.8175654 | 714 | 2.8536982 | 772 | 2.8876173 | 832 | 2.9201233 | 890 | 2.9493900 | 950 | 2.9777236 |
| 658 | 2.8182259 | 715 | 2.8543060 | 773 | 2.8881795 | 833 | 2.9206450 | 891 | 2.9498777 | 951 | 2.9781805 |
| 659 | 2.8188854 | 716 | 2.8549130 | 774 | 2.8887410 | 834 | 2.9211660 | 892 | 2.9503649 | 952 | 2.9786369 |
| 660 | 2.8195439 | 717 | 2.8555192 | 775 | 2.8893017 | 835 | 2.9216865 | 893 | 2.9508515 | 953 | 2.9790929 |
| 661 | 2.8202015 | 718 | 2.8561244 | 776 | 2.8898617 | 836 | 2.9222063 | 894 | 2.9513375 | 954 | 2.9795484 |
| 662 | 2.8208580 | 719 | 2.8567289 | 777 | 2.8904210 | 837 | 2.9227255 | 895 | 2.9518230 | 955 | 2.9800034 |
| 663 | 2.8215135 | 720 | 2.8573325 | 778 | 2.8909796 | 838 | 2.9232440 | 896 | 2.9523080 | 956 | 2.9804579 |
| 664 | 2.8221681 | 721 | 2.8579353 | 779 | 2.8915375 | 839 | 2.9237620 | 897 | 2.9527924 | 957 | 2.9809119 |
| 665 | 2.8228216 | 722 | 2.8585372 | 780 | 2.8920946 | 840 | 2.9242793 | 898 | 2.9532763 | 958 | 2.9813655 |
| 666 | 2.8234742 | 723 | 2.8591383 | 781 | 2.8926510 | 841 | 2.9247960 | 899 | 2.9537597 | 959 | 2.9818186 |
| 667 | 2.8241258 | 724 | 2.8597386 | 782 | 2.8932067 | 842 | 2.9253121 | 900 | 2.9542425 | 960 | 2.9822712 |
| 668 | 2.8247765 | 725 | 2.8603380 | 783 | 2.8937618 | 843 | 2.9258276 | 901 | 2.9547248 | 961 | 2.9827234 |
| 669 | 2.8254261 | 726 | 2.8609366 | 784 | 2.8943161 | 844 | 2.9263424 | 902 | 2.9552065 | 962 | 2.9831751 |
| 670 | 2.8260748 | 727 | 2.8615344 | 785 | 2.8948696 | 845 | 2.9268567 | 903 | 2.9556877 | 963 | 2.9836263 |
| 671 | 2.8267225 | 728 | 2.8621314 | 786 | 2.8954225 | 846 | 2.9273704 | 904 | 2.9561684 | 964 | 2.9840770 |
| 672 | 2.8273693 | 729 | 2.8627275 | 787 | 2.8959747 | 847 | 2.9278834 | 905 | 2.9566486 | 965 | 2.9845273 |
| 673 | 2.8280151 | 730 | 2.8633229 | 788 | 2.8965262 | 848 | 2.9283958 | 906 | 2.9571282 | 966 | 2.9849771 |
| 674 | 2.8286599 | 731 | 2.8639174 | 789 | 2.8970770 | 849 | 2.9289077 | 907 | 2.9576073 | 967 | 2.9854265 |
| 675 | 2.8293038 | 732 | 2.8645111 | 790 | 2.8976271 | 850 | 2.9294189 | 908 | 2.9580858 | 968 | 2.9858754 |
| 676 | 2.8299467 | 733 | 2.8651040 | 791 | 2.8981765 | 851 | 2.9299296 | 909 | 2.9585639 | 969 | 2.9863238 |
| 677 | 2.8305887 | 734 | 2.8656961 | 792 | 2.8987252 | 852 | 2.9304396 | 910 | 2.9590414 | 970 | 2.9867717 |
| 678 | 2.8312297 | 735 | 2.8662873 | 793 | 2.8992732 | 853 | 2.9309490 | 911 | 2.9595184 | 971 | 2.9872192 |
| 679 | 2.8318698 | 736 | 2.8668778 | 794 | 2.8998205 | 854 | 2.9314579 | 912 | 2.9599948 | 972 | 2.9876663 |
| 680 | 2.8325089 | 737 | 2.8674675 | 795 | 2.9003671 | 855 | 2.9319661 | 913 | 2.9604708 | 973 | 2.9881128 |
| 681 | 2.8331471 | 738 | 2.8680564 | 796 | 2.9009131 | 856 | 2.9324738 | 914 | 2.9609462 | 974 | 2.9885590 |
| 682 | 2.8337844 | 739 | 2.8686444 | 797 | 2.9014583 | 857 | 2.9329808 | 915 | 2.9614211 | 975 | 2.9890046 |
| | | 740 | 2.8692317 | 798 | 2.9020029 | 858 | 2.9334873 | 916 | 2.9618955 | 976 | 2.9894498 |
| | | | | 799 | 2.9025468 | | | 917 | 2.9623693 | 977 | 2.9898946 |
| | | | | 800 | 2.9030900 | | | 918 | 2.9628427 | | |

| N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. | N. | Log. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 978. | 2.9903388. | 1038. | 3.0161973. | 1095 | 3.0394141 | 1152. | 3.0614525. | 1210. | 3.0827854. | 1268 | 3.1031 |
| 979. | 2.9907827. | 1039 | 3.0166155. | 1096. | 3.0398105. | 1153. | 3.0618293. | 1211. | 3.0831441. | 1269. | 3.1034 |
| 980. | 2.9912261. | 1040. | 3.0170333. | 1097. | 3.0402068 | 1154. | 3.0622058 | 1212. | 3.0835026. | 1270 | 3.1038 |
| 981 | 2.9916690. | 1041. | 3.0174507. | 1098 | 3.0406023 | 1155. | 3.0625820. | 1213. | 3.0838608 | 1271 | 3.1041 |
| 982 | 2.9921115. | 1042 | 3.0178677. | 1099 | 3.0409977. | 1156. | 3.0629578 | 1214 | 3.0842187. | 1272 | 3.1044 |
| 983. | 2.9925535. | 1043. | 3.0182843. | 1100. | 3.0413927. | 1157. | 3.0633334. | 1215. | 3.0845763 | 1273. | 3.104 |
| 984 | 2.9929951 | 1044. | 3.0187005 | 1101. | 3.0417873 | 1158 | 3.0637085. | 1216. | 3.0849336 | 1274. | 3.1051 |
| 985 | 2.9934362. | 1045 | 3.0191169. | 1102. | 3.0421410. | 1159. | 3.0640034. | 1217. | 3.0852906 | 1275 | 3.1055 |
| 986 | 2.9938769. | 1046 | 3.0195317. | 1103. | 3.0425755 | 1160. | 3.0644580 | 1218 | 3.0856473. | 1276. | 3.1058 |
| 987. | 2.9943171. | 1047. | 3.0199467. | 1104 | 3.0429691. | 1161. | 3.0648322. | 1219. | 3.0860037 | 1277. | 3.1061 |
| 988 | 2.9947569. | 1048 | 3.0203613. | 1105. | 3.0433623 | 1162. | 3.0652061 | 1220. | 3.0865598 | 1278 | 3.1065 |
| 989 | 2.9951963. | 1049. | 3.0207755. | 1106 | 3.0437551 | 1163. | 3.0655797. | 1221. | 3.0867156. | 1279. | 3.1068 |
| 990 | 2.9956352. | 1050. | 3.0211893. | 1107. | 3.0441476 | 1164. | 3.0659530 | 1222. | 3.0870712. | 1280. | 3.1072 |
| 991 | 2.9960736 | 1051 | 3.0216027. | 1108. | 3.0445398. | 1165. | 3.0663259. | 1223. | 3.0874264. | 1281 | 3.1075 |
| 992 | 2.9965117. | 1052 | 3.0220157. | 1109 | 3.0449315. | 1166. | 3.0666989. | 1224. | 3.0877814 | 1282 | 3.1078 |
| 993. | 2.9969492. | 1053 | 3.0224284. | 1110 | 3.0453230. | 1167. | 3.0670708. | 1225. | 3.0881361 | 1283 | 3.1082 |
| 994 | 2.9973862 | 1054 | 3.0228406. | 1111. | 3.0457140. | 1168. | 3.0674428. | 1226. | 3.0884905 | 1284 | 3.1085 |
| 995 | 2.9978231. | 1055 | 3.0232524. | 1112. | 3.0461048 | 1169. | 3.0678145. | 1227. | 3.0888446 | 1285. | 3.1089 |
| 996. | 2.9982593. | 1056 | 3.0236639. | 1113. | 3.0464952. | 1170. | 3.0681899. | 1228. | 3.0891984. | 1286 | 3.1092 |
| 997. | 2.9986951. | 1057 | 3.0240750. | 1114 | 3.0468852 | 1171. | 3.0685569 | 1229. | 3.0895519. | 1287. | 3.1095 |
| 998. | 2.9991305. | 1058 | 3.0244857. | 1115. | 3.0472749. | 1172. | 3.0689276 | 1230. | 3.0899051 | 1288 | 3.1099 |
| 999. | 2.9995655. | 1059 | 3.0248960. | 1116. | 3.0476642. | 1173. | 3.0692980 | 1231. | 3.0902580 | 1289. | 3.1102 |
| 1000 | 3.0000000. | 1060 | 3.0253059. | 1117. | 3.0480532 | 1174. | 3.0696681. | 1232. | 3.0906107. | 1290. | 3.1105 |
| 1001 | 3.0003431. | 1061 | 3.0257154. | 1118. | 3.0484418 | 1175. | 3.0700379. | 1233. | 3.0909631 | 1291. | 3.1109 |
| 1002 | 3.0008677. | 1062 | 3.0261245. | 1119. | 3.0488301 | 1176. | 3.0704073. | 1234 | 3.0913151. | 1292. | 3.1112 |
| 1003 | 3.0013009. | 1063 | 3.0265333. | 1120. | 3.0492180 | 1177. | 3.0707765. | 1235. | 3.0916669 | 1293. | 3.1115 |
| 1004 | 3.0017337. | 1064 | 3.0269416. | 1121 | 3.0496056 | 1178. | 3.0711453. | 1236 | 3.0920185. | 1294. | 3.1119 |
| 1005 | 3.0021661. | 1065 | 3.0273496. | 1122. | 3.0499928 | 1179. | 3.0715138. | 1237. | 3.0923697. | 1295. | 3.1122 |
| 1006 | 3.0025980. | 1066 | 3.0277572. | 1123. | 3.0503797. | 1180. | 3.0718820. | 1238 | 3.0927206. | 1296. | 3.1126 |
| 1007. | 3.0030295. | 1067 | 3.0281644. | 1124 | 3.0507663 | 1181 | 3.0722499. | 1239. | 3.0930717. | 1297. | 3.1129 |
| 1008 | 3.0034605. | 1068 | 3.0285712. | 1125. | 3.0511525 | 1182. | 3.0726175 | 1240. | 3.0934217. | 1298 | 3.11327 |
| 1009 | 3.0038912. | 1069 | 3.0289777. | 1126. | 3.0515984 | 1183. | 3.0729747. | 1241 | 3.0937718. | 1299. | 3.11360 |
| 1010 | 3.0043214. | 1070 | 3.0293838. | 1127. | 3.0519239. | 1184 | 3.0733519. | 1242. | 3.0941216 | 1300 | 3.11394 |
| 1011. | 3.0047511. | 1071. | 3.0297895 | 1128. | 3.0523091 | 1185. | 3.0737183. | 1243. | 3.0944711 | 1301. | 3.11427 |
| 1012. | 3.0051805. | 1072 | 3.0301948. | 1129 | 3.0526939 | 1186 | 3.0740847. | 1244. | 3.0948204 | 1302 | 3.11461 |
| 1013. | 3.0056094. | 1073 | 3.0305997. | 1130. | 3.0530784. | 1187. | 3.0744507. | 1245 | 3.0951693 | 1303. | 3.11494 |
| 1014 | 3.0060379. | 1074 | 3.0310043. | 1131. | 3.0534626 | 1188 | 3.0748164. | 1246. | 3.0955180 | 1304 | 3.11527 |
| 1015 | 3.0064660. | 1075. | 3.0314085. | 1132. | 3.0538464 | 1189. | 3.0751818. | 1247. | 3.0958664 | 1305. | 3.11561 |
| 1016 | 3.0068937. | 1076 | 3.0318123. | 1133. | 3.0542299. | 1190. | 3.0755470. | 1248 | 3.0962146. | 1306. | 3.11594 |
| 1017 | 3.0073209. | 1077. | 3.0322157. | 1134. | 3.0546130. | 1191. | 3.0759118. | 1249. | 3.0965624. | 1307. | 3.11627 |
| 1018 | 3.0077478. | 1078 | 3.0326180. | 1135. | 3.0549958. | 1192. | 3.0762762 | 1250. | 3.0969100. | 1308 | 3.1166077 |
| 1019 | 3.0081742 | 1079 | 3.0330214. | 1136 | 3.0553783. | 1193. | 3.0766404 | 1251. | 3.0972573. | 1309 | 3.116939 |
| 1020 | 3.0086002 | 1080 | 3.0334237. | 1137. | 3.0557604 | 1194. | 3.0770043. | 1252. | 3.0976043. | 1310 | 3.11727 |
| 1021. | 3.0090257. | 1081. | 3.0338257. | 1138. | 3.0561423 | 1195. | 3.0773679. | 1253. | 3.0979511. | 1311. | 3.117602 |
| 1022 | 3.0094509. | 1082 | 3.0342273. | 1139. | 3.0565237. | 1196. | 3.0777312 | 1254. | 3.0982975 | 1312. | 3.117933 |
| 1023. | 3.0098756. | 1083. | 3.0346284. | 1140. | 3.0569048 | 1197. | 3.0780941 | 1255. | 3.0986437. | 1313. | 3.118264 |
| 1024 | 3.0102999. | 1084 | 3.0350293. | 1141. | 3.0572856. | 1198. | 3.0784568. | 1256. | 3.0989896 | 1314. | 3.1185957. |
| 1025 | 3.0107239. | 1085. | 3.0354297. | 1142. | 3.0576661 | 1199 | 3.0788192. | 1257. | 3.0993353 | 1315. | 3.1189257. |
| 1026 | 3.0111474. | 1086. | 3.0358298. | 1143. | 3.0580463 | 1200 | 3.0791812. | 1258 | 3.0996806. | 1316. | 3.1192559. |
| 1027 | 3.0115704. | 1087. | 3.0362295. | 1144 | 3.0584260 | 1201 | 3.0795430 | 1259. | 3.1000257. | 1317. | 3.1195858. |
| 1028. | 3.0119931. | 1088 | 3.0366289. | 1145. | 3.0588055. | 1202 | 3.0799045. | 1260. | 3.1003705. | 1318 | 3.1199154. |
| 1029. | 3.0124151. | 1089. | 3.0370279. | 1146. | 3.0591840. | 1203 | 3.0802656. | 1261 | 3.1007151. | 1319. | 3.1202448. |
| 1030. | 3.0128372. | 1090 | 3.0374265. | 1147. | 3.0595634 | 1204 | 3.0806265 | 1262. | 3.1010593. | 1320. | 3.1205739. |
| 1031. | 3.0132587. | 1091 | 3.0378247. | 1148 | 3.0599419. | 1205 | 3.0809870 | 1263 | 3.1014033. | 1321 | 3.1209028. |
| 1032 | 3.0136797. | 1092. | 3.0382226. | 1149. | 3.0603200 | 1206 | 3.0813473 | 1264 | 3.1017471. | 1322. | 3.1212314. |
| 1033. | 3.0141003. | 1093 | 3.0386201. | 1150. | 3.0606978. | 1207 | 3.0817073 | 1265 | 3.1020905. | 1323 | 3.1215598. |
| 1034 | 3.0145205. | 1094 | 3.0390173. | 1151. | 3.0610753 | 1208 | 3.0820669 | 1266 | 3.1024337. | 1324. | 3.1218880. |
| 1035. | 3.0149403. | | | | | 1209 | 3.0824263 | 1267. | 3.1027766. | 1325. | 3.1222159. |
| 1036 | 3.0153597. | | | | | | | | | 1326 | 3.1225435. |
| 1037. | 3.0157787. | | | | | | | | | ett | ett ett |

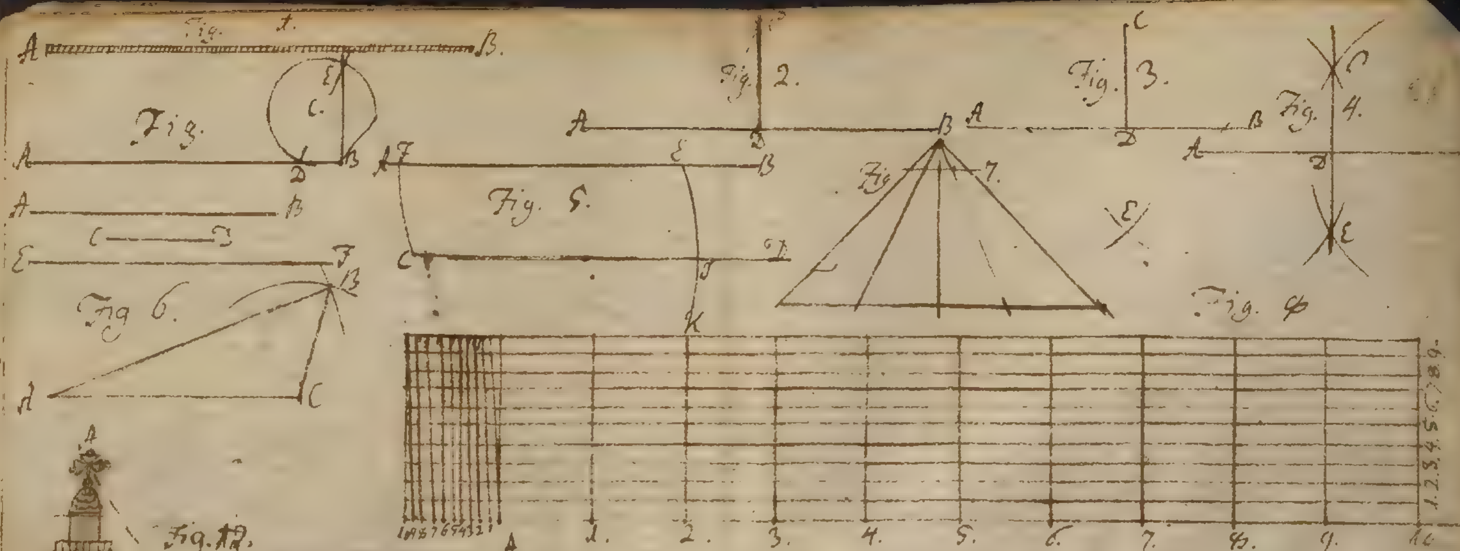
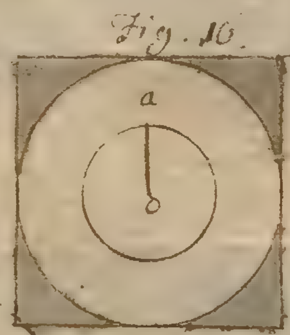
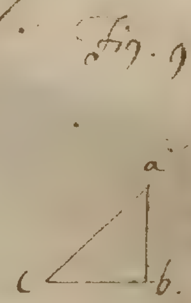
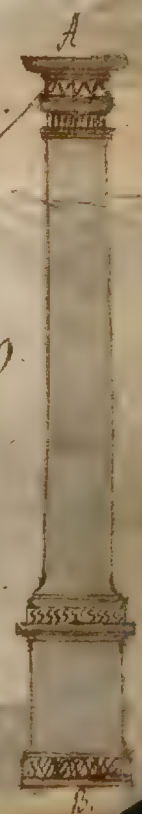

Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig 6.
Fig. 8
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10

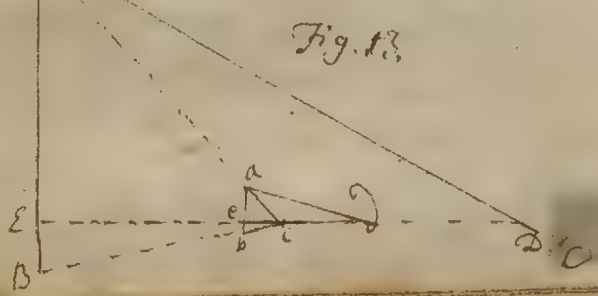

Fig. 12.


Fig. 11.

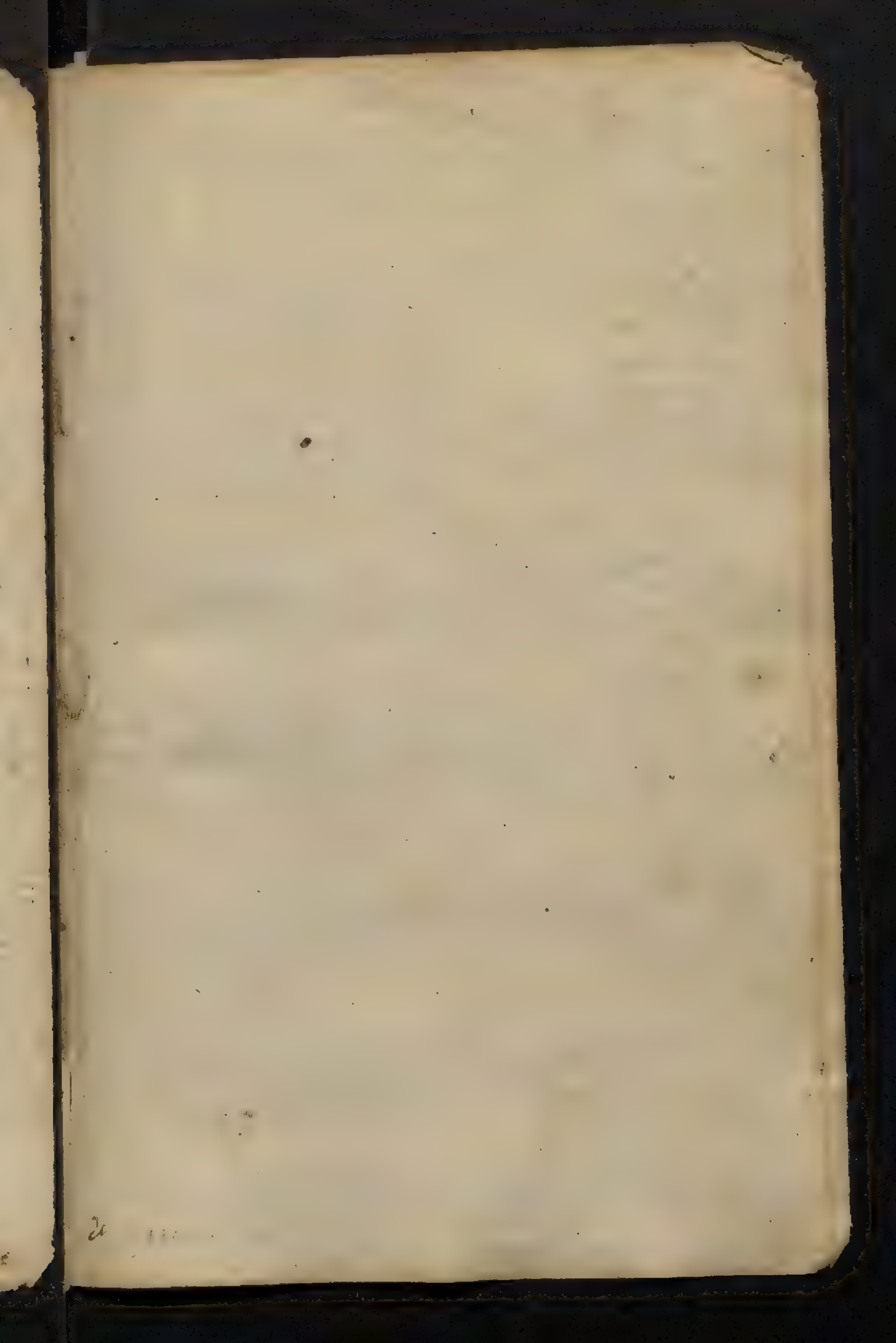

Fig. 10.

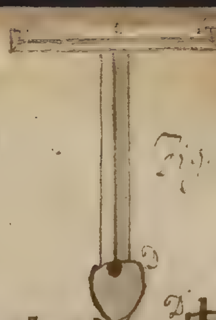

Fig. 9.




Fig. 13.






D

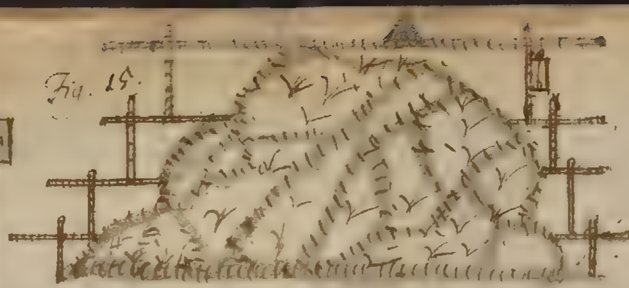
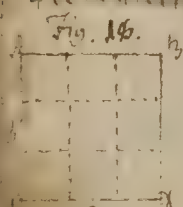
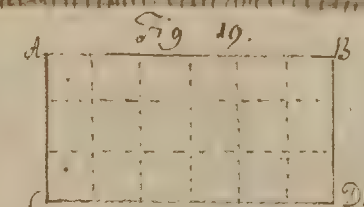

Fig. 15.

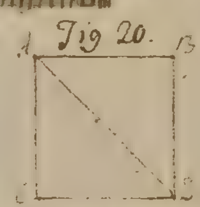

Fig. 14.
B

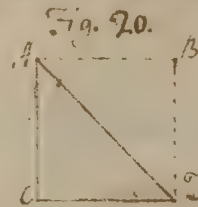

Fig. 16.
Fig. 17.
Fig 17.
A
C
a
D
d
b
c
E

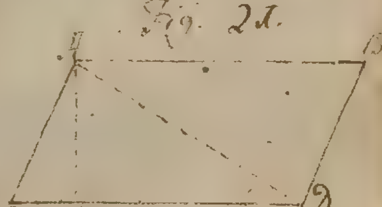

A

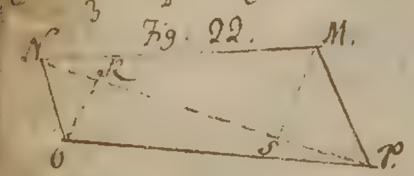

Fig. 18.
A
B
C
D

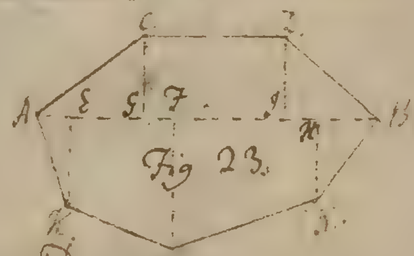

Fig 19.
A
B
C
D.

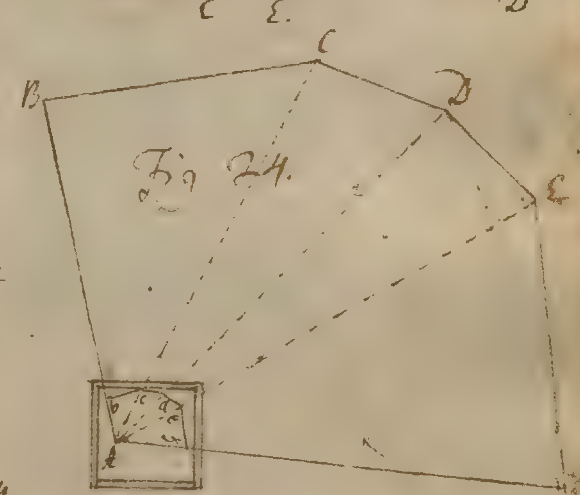

Fig 20.
A
B

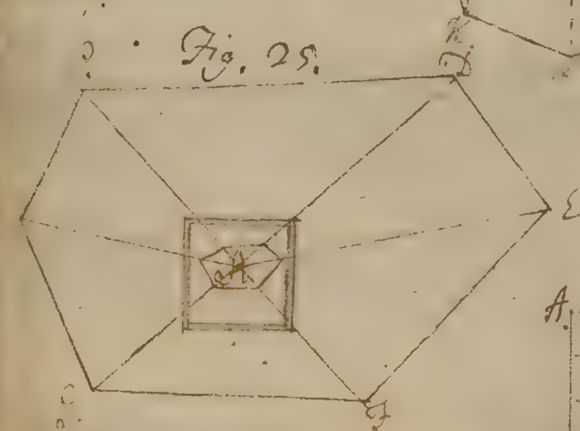

Fig. 20.
A
B
C
D

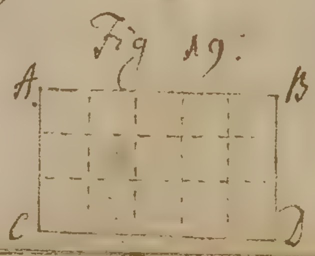

Fig. 21.
B
C
E.
D

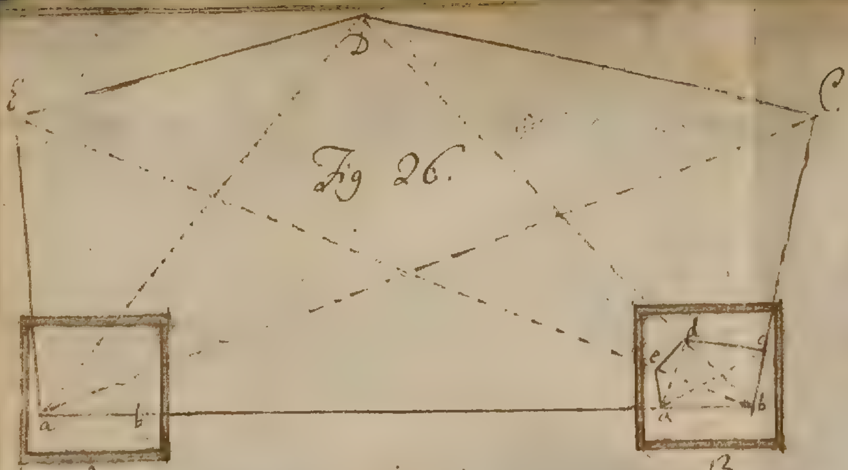

Fig. 22.
N
M.
R
O
P.

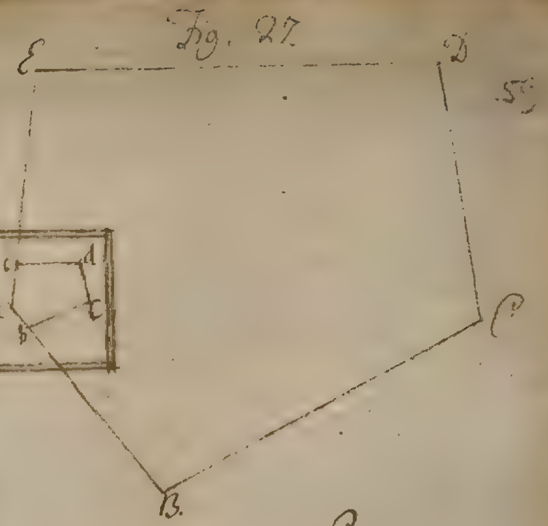

Fig 23.
C
A
E
G
F
H
B.


Fig. 24.
B
C
D
E


Fig. 25.
D
E

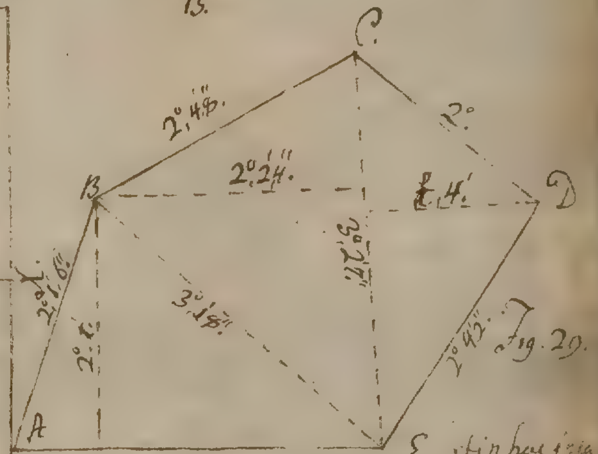

Fig 19.
A.
B
C
D



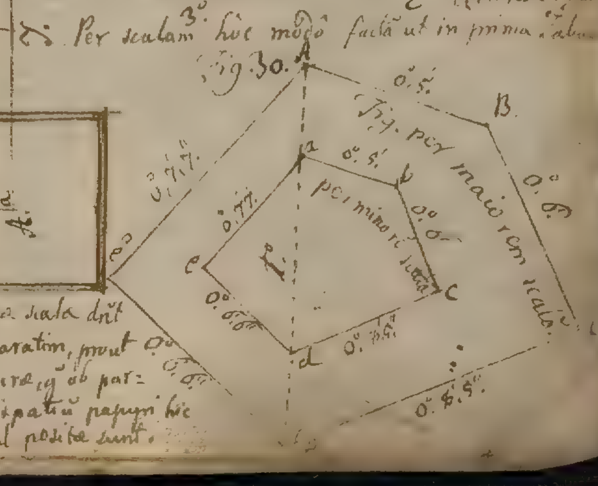










D. Per scalam hoc modo facta ut in prima tabu... E itin hac igia



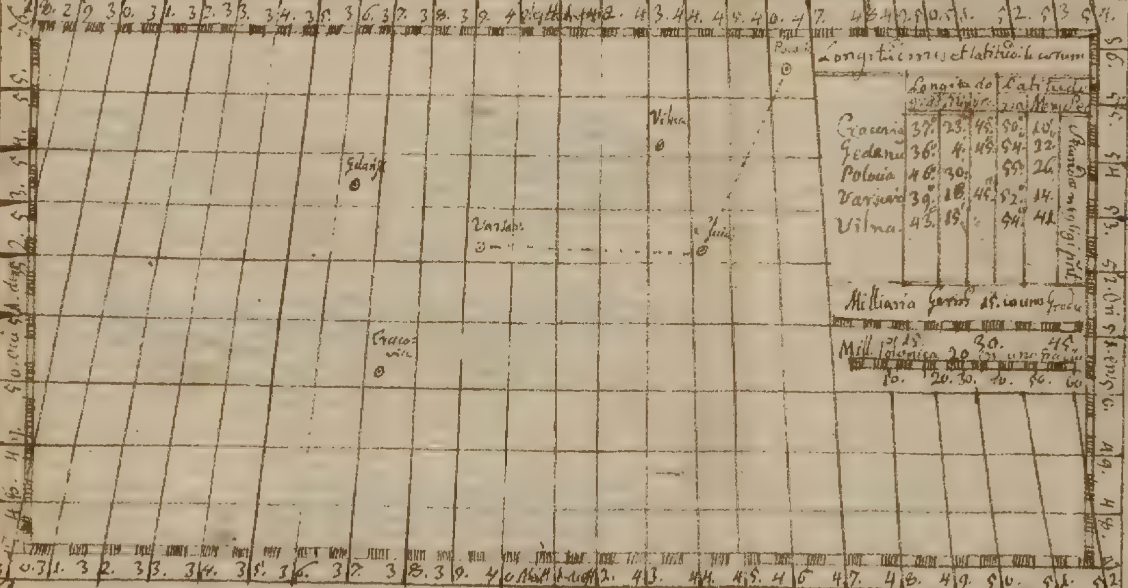

Hae duae scala dēt
ēē separatim, prout
et figurae q̄ ob par=
vum spatiū papyri hic
simul positae sunt.

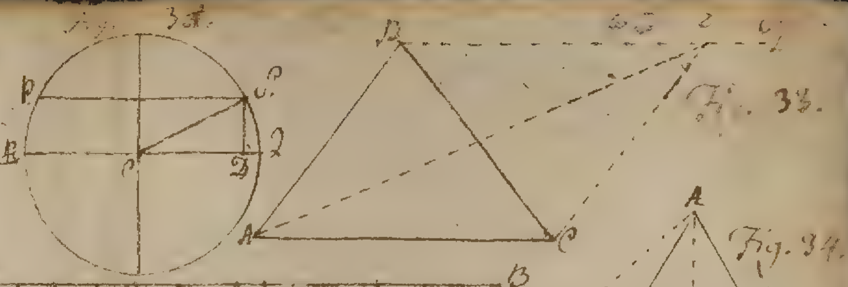
Tabula calculi Geom. pro exemplo ad Fig: 29nam.

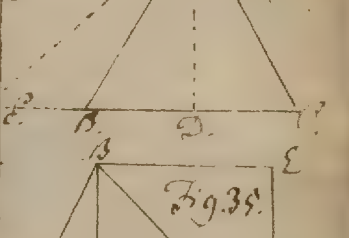
| Fig. | Lat. | Chor. | Partic. | Partic. |
|---|---|---|---|---|
| 1ma | Basis perp. | -3 -2 | --11 --1 | --11 --11 |
| 2da | basis perp. | --3 --2 | --2 --2 | 7 4 |
| 3tia | basis perp. | -3 --1 | --1 --4 | 7 --11 |

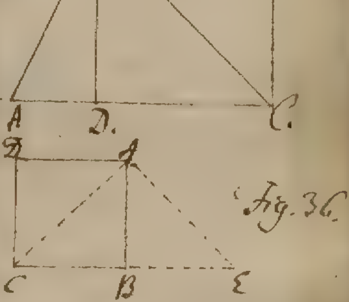
| f a cit. | Chor. 2. | Pert. 2. | per. 2. |
|---|---|---|---|
| f a cit. - - - | 3° | 15'. | 00'' |
| f a cit. - - | 3°. | 66'. | 24'. |
| f a cit. - - - | 2°. | 28'. | 00''. |
| Summa Chordæ | 9°. | 10'. | 14''. |
| Sive morgów. | 3°. | 10'. | 14. |

Fig. 32da



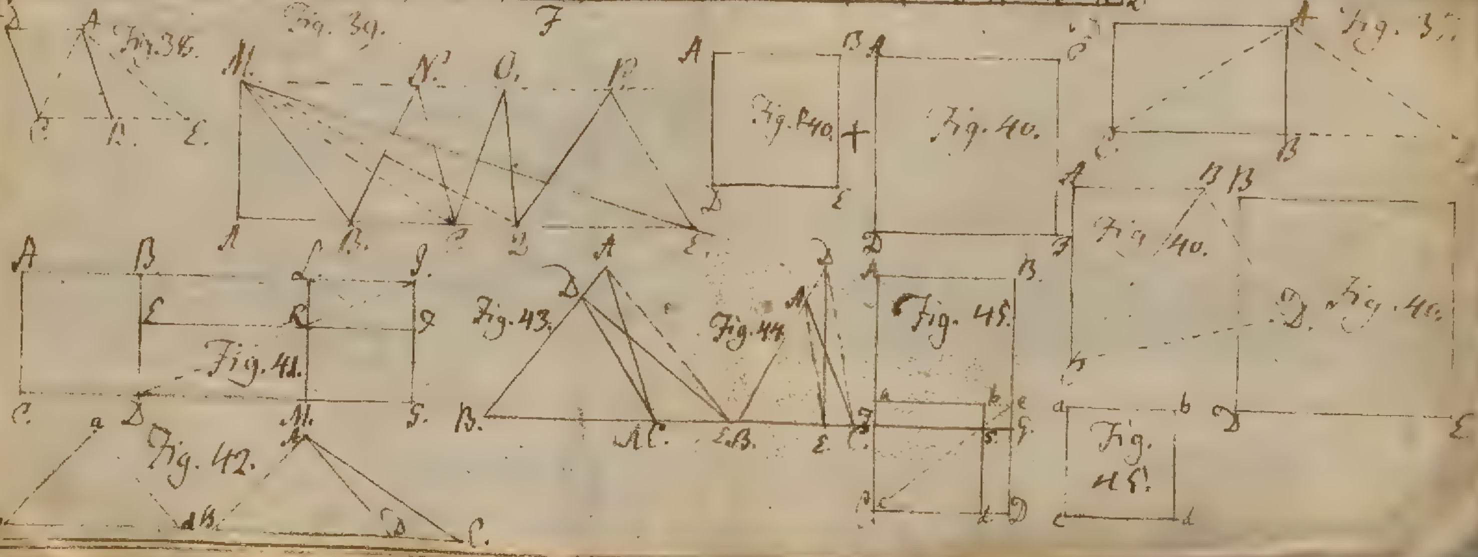



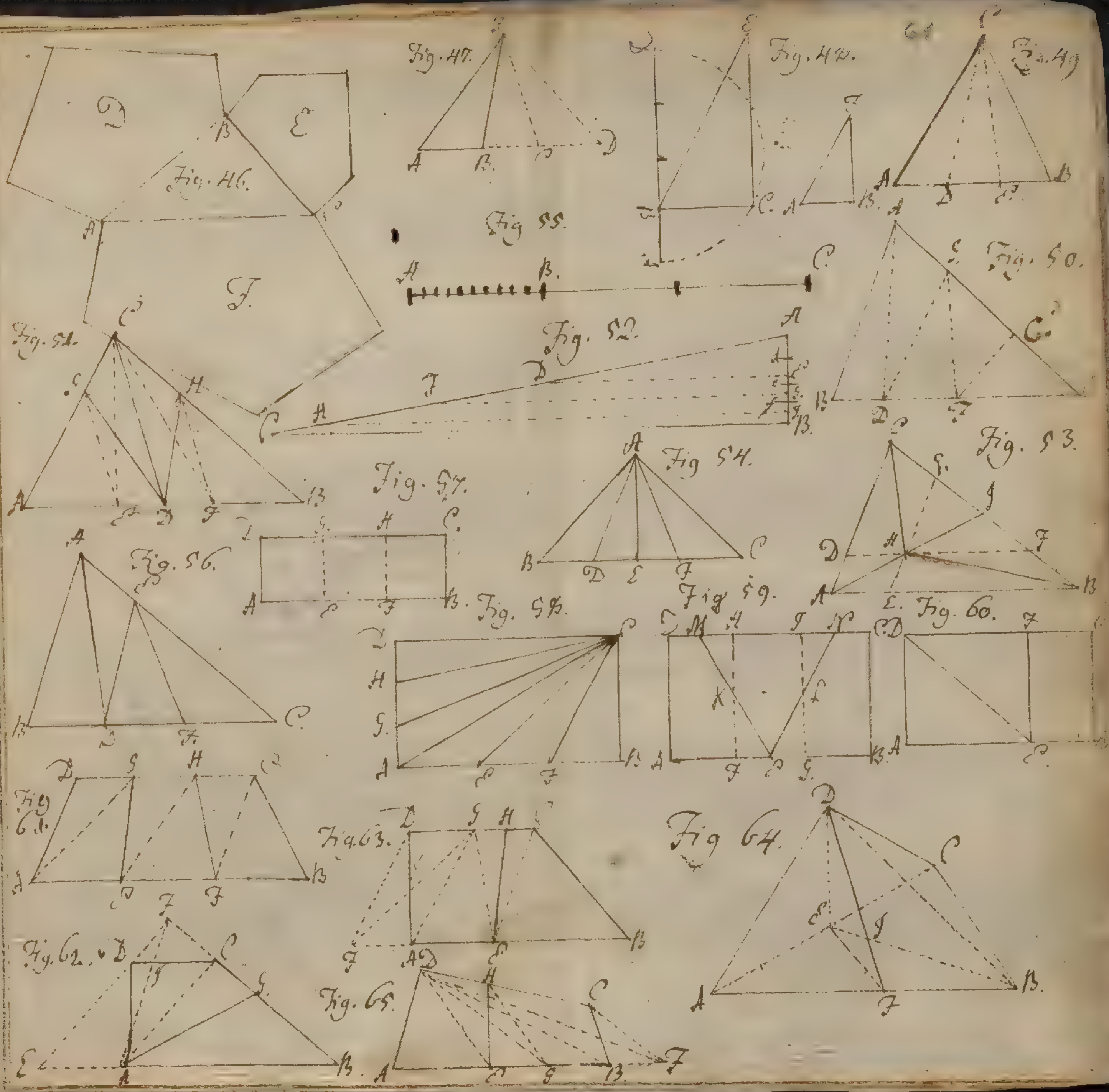



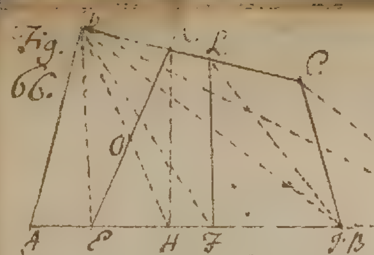



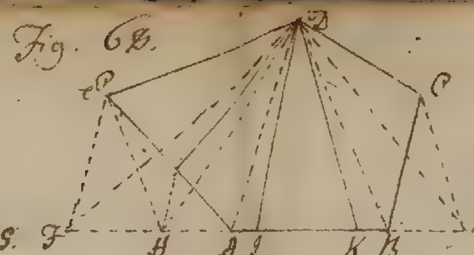


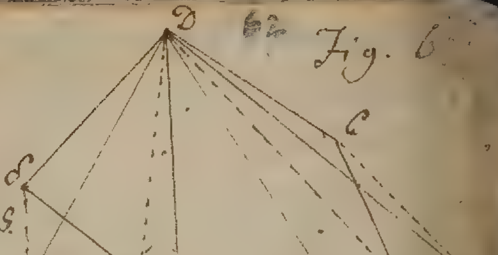


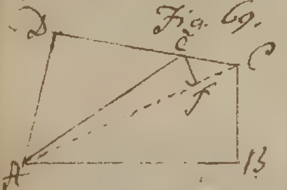


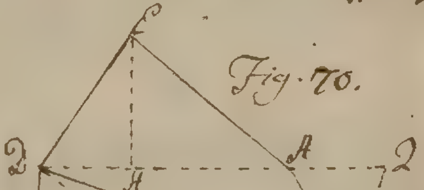

Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 65.


Fig. 66.
D
L
C
O
A
E
H
F
G
B
S.


Fig. 68.
D
E
C
F
H
A
I
K
B
S.


D
Fig. 6
C
E
F
A
H
G
B


Fig. 69.
D
E
C
F
A
B


Fig. 70.
D
H
A
I
L
O
N
K
C.
B.

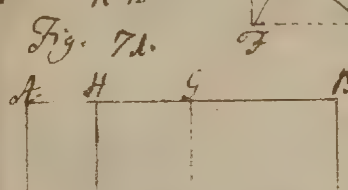
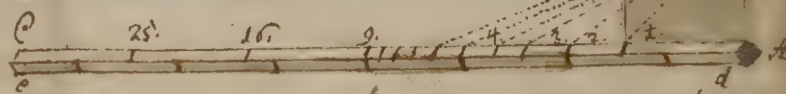

Fig. 71.
A
H
G
B
48.
64.
80
C
F
E
D

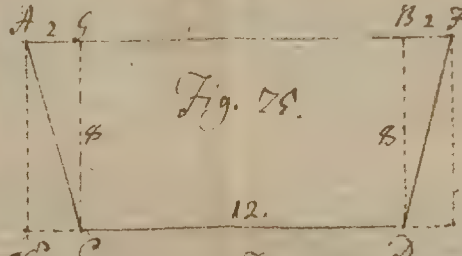

Fig. 72.
b
a

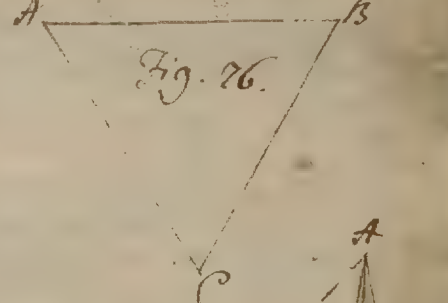
Fig. 74.

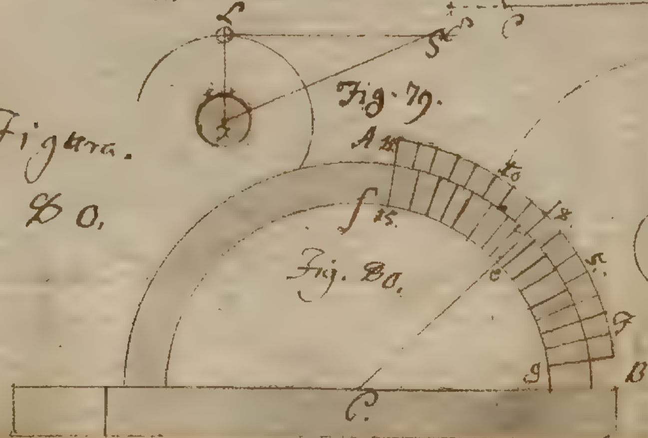

G
A
C
L
B
D
H.

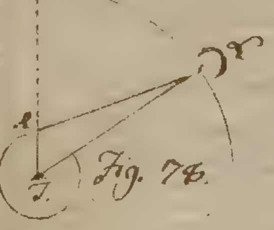
Fig. 73.

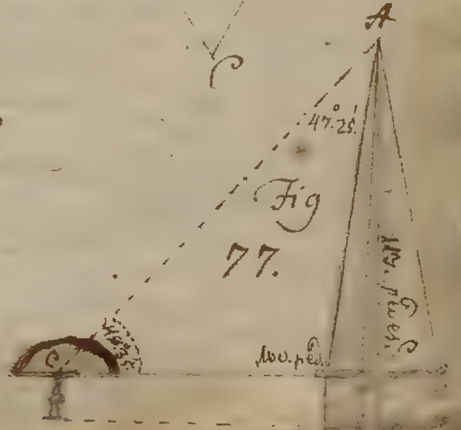

B
C
25.
16.
9.
4.
1.
A
e
d

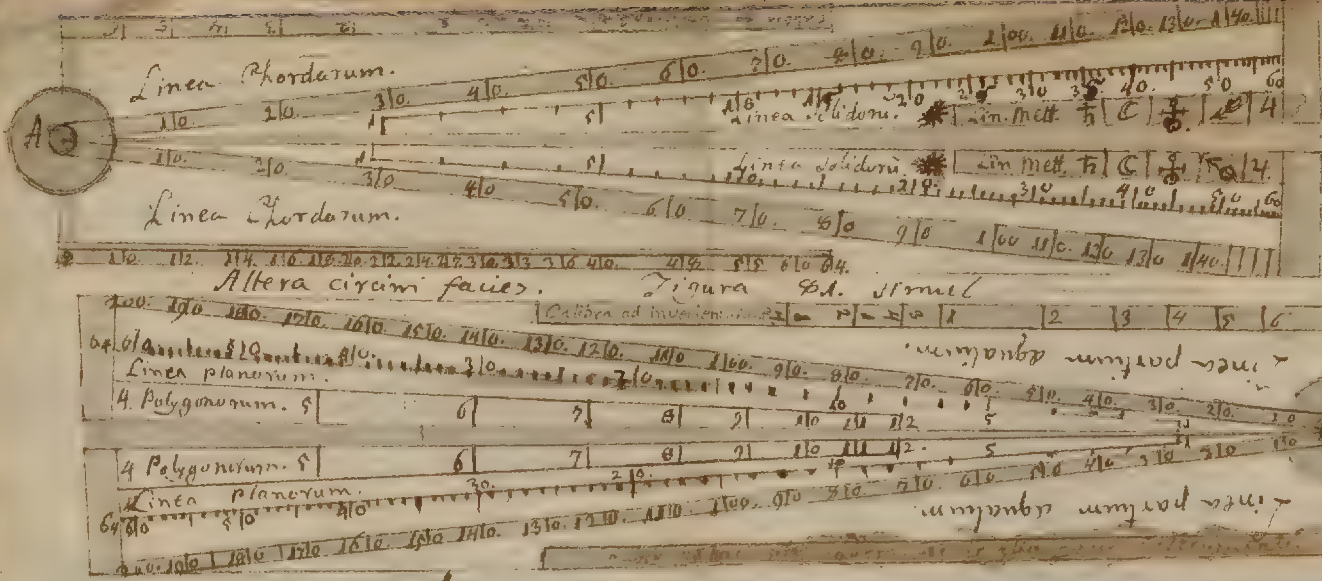

A 2 G
B 2 F
Fig. 75.
8
8
12.
C
D

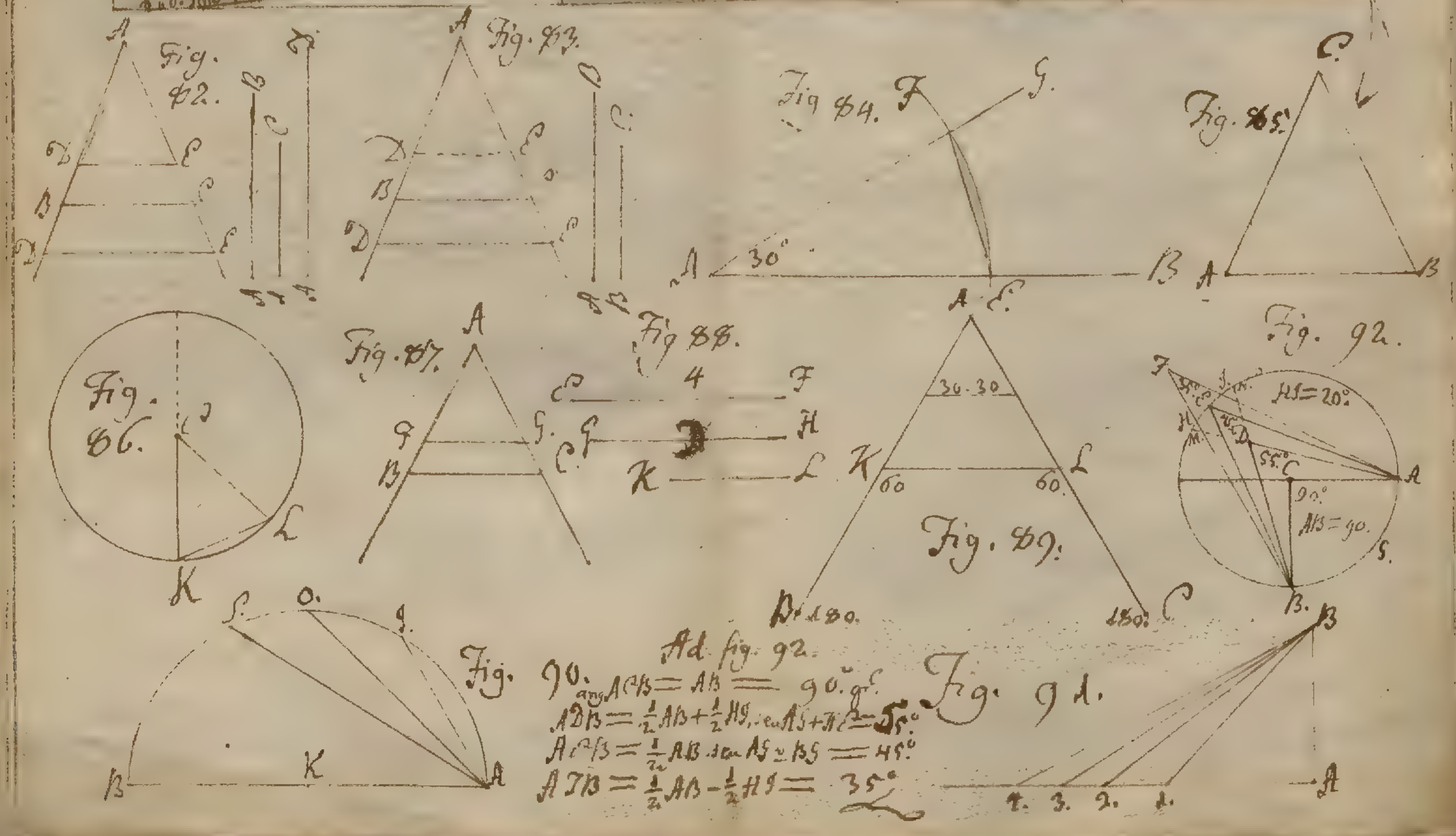

A
B
Fig. 76.
C


L
S
Fig. 79.
T
Figura.
80.
A
f
Fig. 80.
e
F
g
B
C.


Z
Fig. 78.
T.


A
47.25.
Fig
77.
100. pe.
C.


Linea Chordarum.
Linea solidorum.
Linea Chordarum.
Altera circini facies. Figura 81. simul
Linea planorum.
4. Polygonorum. 5
4 Polygonorum. 5
Linea planorum.


Fig. 82.
Fig. 83.
Fig 84.
Fig. 85.
Fig. 86.
Fig. 87.
Fig 88.
Fig. 89.
Fig. 90.
Fig. 91.
Fig. 92.
HS = 20°
AB = 90.
Ad fig. 92.
ang ACB = AB = 90 gr.
ADB = ½ AB + ½ HS, seu AS + HS = 55°
AEB = ½ AB seu AS = BS = 45°
AFB = ½ AB − ½ HS = 35°

B

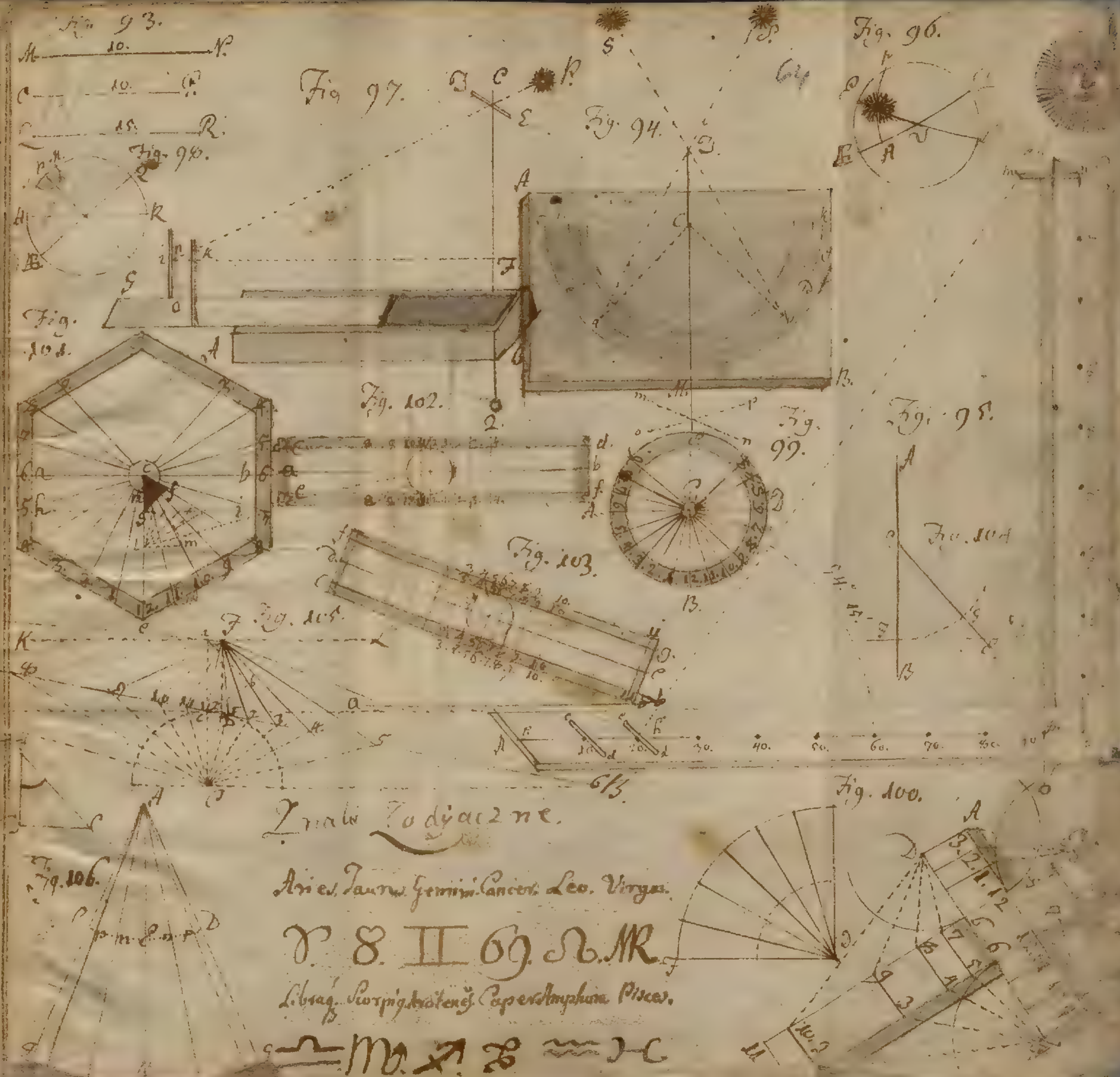


Fig. 93.
Fig. 94.
Fig. 96.
Fig. 97.
Fig. 98.
Fig. 99.
Fig. 100.
Fig. 101.
Fig. 102.
Fig. 103.
Fig. 104.
Fig. 105.
Fig. 106.
Znaki Zodyaczne.
Aries. Taurus. Gemini. Cancer. Leo. Virgo.
♈. ♉. ♊. ♋. ♌. ♍.
Libra. Scorpio. Arcitenens. Caper. Amphora. Pisces.
♎ ♏. ♐. ♑ ♒ ♓

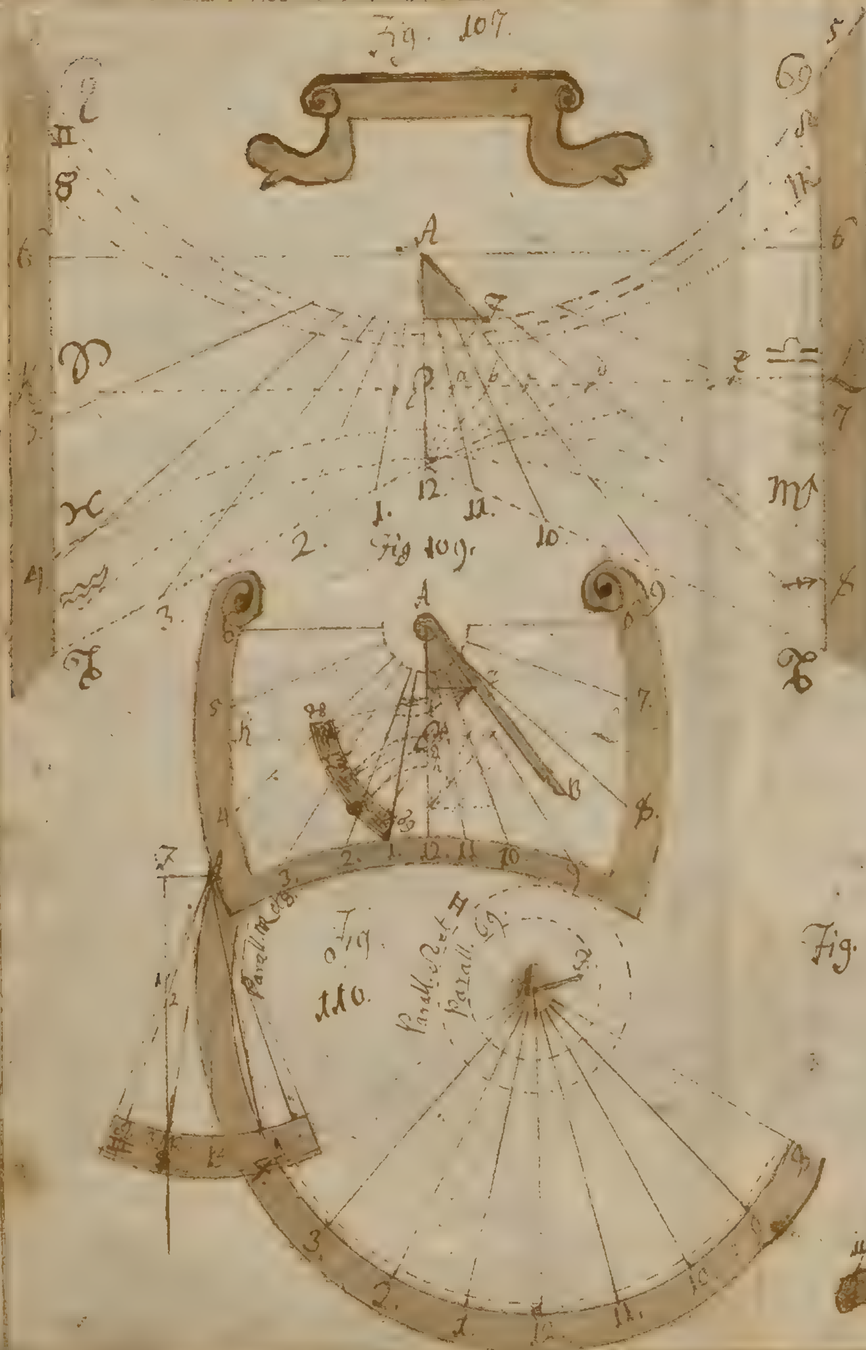

Fig. 107.
Fig 109.
Fig. 110.


Fig. 108.

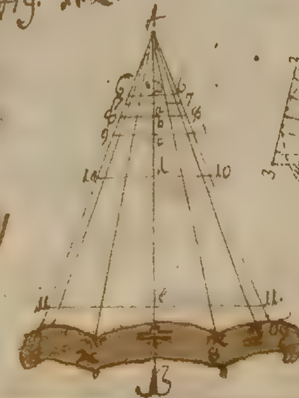
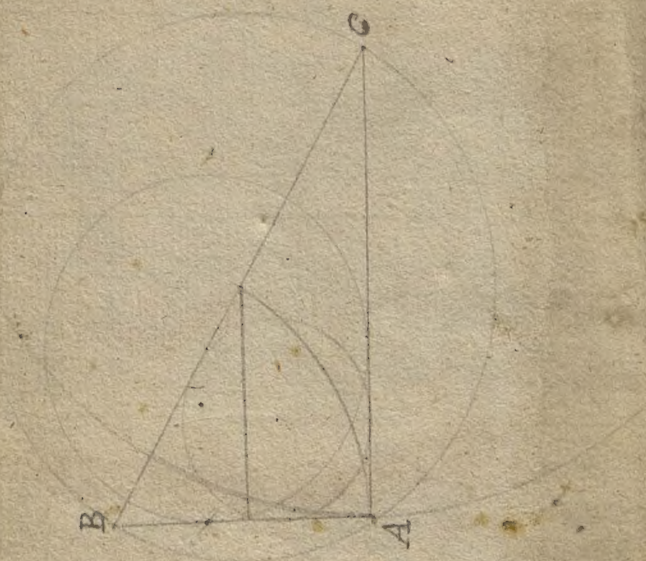

Fig. 112.


Fig. 111.


C
B
A

c.H: do Han: f. 41 b.2
0. J.H do D: f 47 b5

18° 60. 22

75

